

第二单元 视图基础

单元学习目标

知识目标 理解投影法的基本概念和方法；掌握正投影法、特性及三视图成图原理和规律；掌握三视图一般绘图规则；熟悉投影法的基本知识及三视图的对应关系，掌握点、线、面的投影特性及投影规律。

能力目标 掌握简单的三视图的绘制、识读；学会规范作图的方法和技能，培养空间想象力和思维能力。

投影示例

物体的单面投影往往不能准确地表达物体的形状，而两个形状不同的物体，在同一个投影面上的投影却可能相同。因此，经常将物体放在三投影面体系中，作出物体的三面投影，以表达物体的形状。图 2-1 所示的是正六棱柱体。正六棱柱的顶面和底面为正六边形，平行 H 面且垂直于 V 面和 W 面，在俯视图中为反映实形的正六边形，在主视图和左视图中积聚为直线。正六棱柱体有六个侧棱面，其中前后棱面平行于 V 面且垂直于 H 面和 W 面，它们在主视图中为反映实形的矩形，在俯视图和左视图中积聚为直线；其余四个棱面垂直于 H 面且倾斜于 V 面和 W 面，在俯视图中积聚为直线，在主视图和左视图中为类似形的矩形。

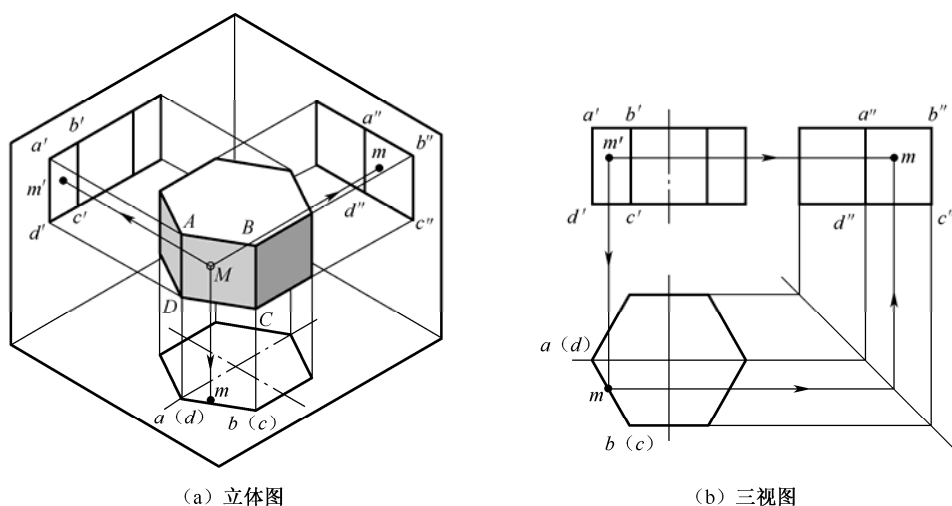


图 2-1 正六棱柱

2.1 正投影法与三视图

2.1.1 正投影

1. 投影法的概念

在日常生活中,人们经常可以看到,物体在日光或灯光的照射下,会在地面或墙面上留下影子。人们对自然界的这一物理现象经过科学的抽象,逐步归纳概括,就形成了投影方法。在图 2-2 中,把光源抽象为一点,称为投射中心,把光线抽象为投射线,把物体抽象为形体(只研究其形状、大小、位置,而不考虑它的物理性质和化学性质的物体),把地面抽象为投影面,即假设光线能穿透物体,而将物体表面上的各个点和线都在承接影子的平面上落下它们的投影,从而使这些点、线的投影组成能够反映物体形状的投影图。这种把空间形体转化为平面图形的方法称为投影法。

2. 投影法的种类及应用

(1) 中心投影法。投影中心距离投影面在有限远的地方,投影时投影线汇交于投影中心的投影法称为中心投影法,如图 2-3 所示。中心投影不能真实地反映物体的形状和大小,不适用于绘制机械图样。它的优点是有立体感,工程上常用这种方法绘制建筑物的透视图。

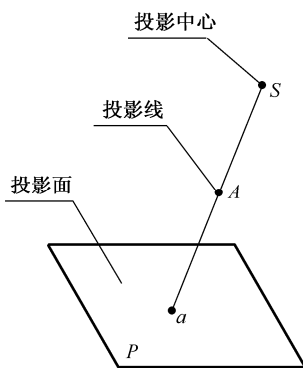


图 2-2 投影法的概念

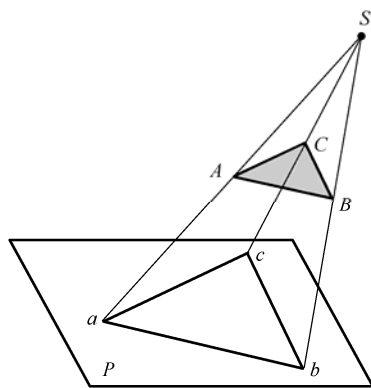


图 2-3 中心投影法

(2) 平行投影法。投影中心距离投影面在无限远的地方,投影时投影线都相互平行的投影法称为平行投影法,如图 2-4 所示。

根据投影线与投影面是否垂直,平行投影法又可以分为两种:

①斜投影法——投影线与投影面相倾斜的平行投影法,如图 2-4 (a) 所示。

②正投影法——投影线与投影面相垂直的平行投影法,如图 2-4 (b) 所示。它能够表达物体的真实形状和大小,作图方法也较简单,所以广泛用于绘制机械图样。

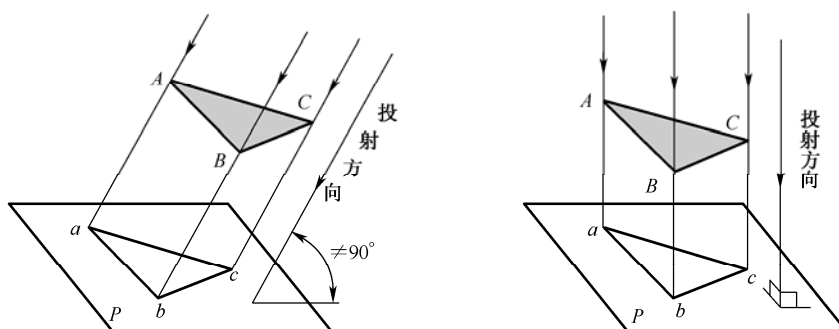


图 2-4 平行投影法

3. 正投影的基本性质

物体上的面和棱线相对投影面有三种情况：平行、垂直或倾斜。采用正投影方法投影时，针对这三种位置的线段和平面具有以下性质。

(1) 显实性。当直线或平面平行于投影面时，直线的正投影反映真实长度，平面的正投影反映真实形状，这种性质称为真实性。

(2) 积聚性。如图 2-5 所示，当直线或平面垂直于投影面时，直线的投影积聚为点；平面的投影积聚为直线段，这种性质称为积聚性。

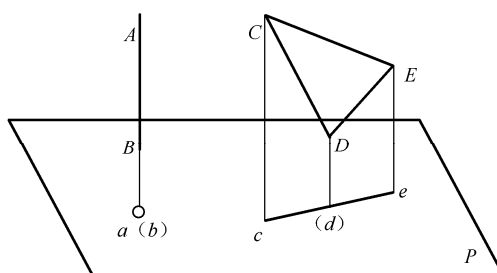


图 2-5 正投影的积聚性

(3) 类似性。如图 2-6 所示，当直线和平面倾斜于投影面时，直线的投影为缩小的线段；平面的投影为缩短的类似形，这种性质称为类似性。

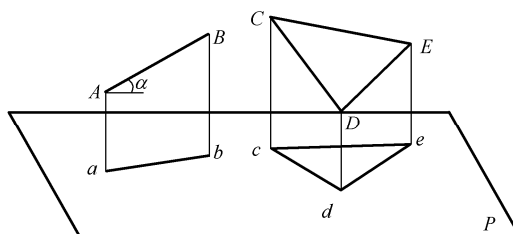


图 2-6 正投影的类似性

(4) 同素性。在通常情况下, 直线或平面不平行(垂直)于投影面, 因而点的投影仍是点, 直线的投影仍是直线。这一性质称为同素性。

(5) 平行性。当空间两直线互相平行时, 它们在同一投影面上的投影仍互相平行。如图 2-7 (a) 所示, 空间两直线 $AB \parallel CD$, 则平面 $ABba \parallel$ 平面 $CDdc$, 两平面与投影面 H 的交线 ab 、 cd 必互相平行。这一性质称为平行性。

(6) 从属性与定比性。点在直线上, 则点的投影必定在直线的投影上。如图 2-7 (b) 所示, $C \in AB$, 则 $c \in ab$, 这一性质称为从属性。点分线段的比例等于点的投影分线段的投影所成的比例, 如图 2-7 (b) 所示, $C \in AB$, 则 $AC:CB=ac:cb$, 这一性质称为定比性。

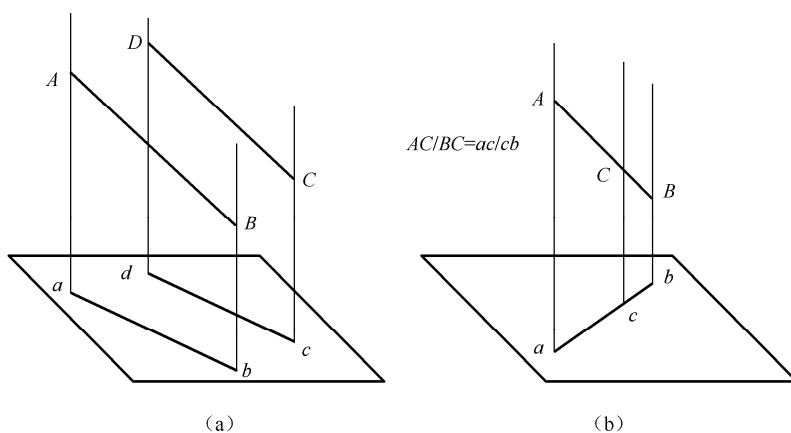


图 2-7 平行投影的平行性、从属性与定比性

2.1.2 三视图的形成及其特性

在机械制图中, 通常假设人的视线为一组平行的, 且垂直于投影面的投影线, 这样在投影面上所得到的正投影称为视图。

一般情况下, 一个视图不能确定物体的形状。两个形状不同的物体, 它们在投影面上的投影都可能相同。因此, 要反映物体的完整形状, 必须增加由不同投影方向所得到的几个视图, 互相补充, 才能将物体表达清楚。

1. 三投影面体系与三视图的形成

(1) 三投影面体系的建立。

三投影面体系由三个互相垂直的投影面组成, 如图 2-8 所示。

在三投影面体系中, 三个投影面分别为:

- ①正立投影面: 简称为正面, 用 V 表示;
- ②水平投影面: 简称为水平面, 用 H 表示;
- ③侧立投影面: 简称为侧面, 用 W 表示。

三个投影面的相互交线, 称为投影轴。它们分别是:

- ①OX 轴：是 V 面和 H 面的交线，它代表长度方向；
 - ②OY 轴：是 H 面和 W 面的交线，它代表宽度方向；
 - ③OZ 轴：是 V 面和 W 面的交线，它代表高度方向。
- 三个投影轴垂直相交的交点 O，称为原点。

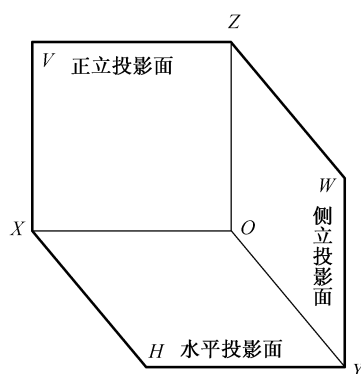


图 2-8 三投影面体系

（2）三视图的形成。

将物体放在三投影面体系中，物体的位置处在人与投影面之间，然后将物体对各个投影面进行投影，得到三个视图，这样才能把物体的长、宽、高三个方向，上下、左右、前后六个方位的形状表达出来，如图 2-9（a）所示。三个视图分别为：

- ①主视图：从前往后进行投影，在正立投影面（V 面）上所得到的视图。
- ②俯视图：从上往下进行投影，在水平投影面（H 面）上所得到的视图。
- ③主视图：从前往后进行投影，在侧立投影面（W 面）上所得到的视图。

（3）三投影面体系的展开。

在实际作图中，为了画图方便，需要将三个投影面在一个平面（纸面）上表示出来，规定：使 V 面不动，H 面绕 OX 轴向下旋转 90° 与 V 面重合，W 面绕 OZ 轴向右旋转 90° 与 V 面重合，这样就得到了在同一平面上的三视图，如图 2-9（b）所示。可以看出，俯视图在主视图的下方，左视图在主视图的右方。在这里应特别注意的是：同一条 OY 轴旋转后出现了两个位置，因为 OY 是 H 面和 W 面的交线，也就是两投影面的共有线，所以 OY 轴随着 H 面旋转到 OY_H 的位置，同时又随着 W 面旋转到 OY_W 的位置。为了作图简便，投影图中不必画出投影面的边框，如图 2-9（c）所示。由于画三视图时主要依据投影规律，所以投影轴也可以进一步省略，如图 2-9（d）所示。

2. 三视图的投影规律

从图 2-10 可以看出，一个视图只能反映两个方向的尺寸，主视图反映了物体的长度和高度，俯视图反映了物体的长度和宽度，左视图反映了物体的宽度和高度。由此可以归纳出三视图的投影规律：

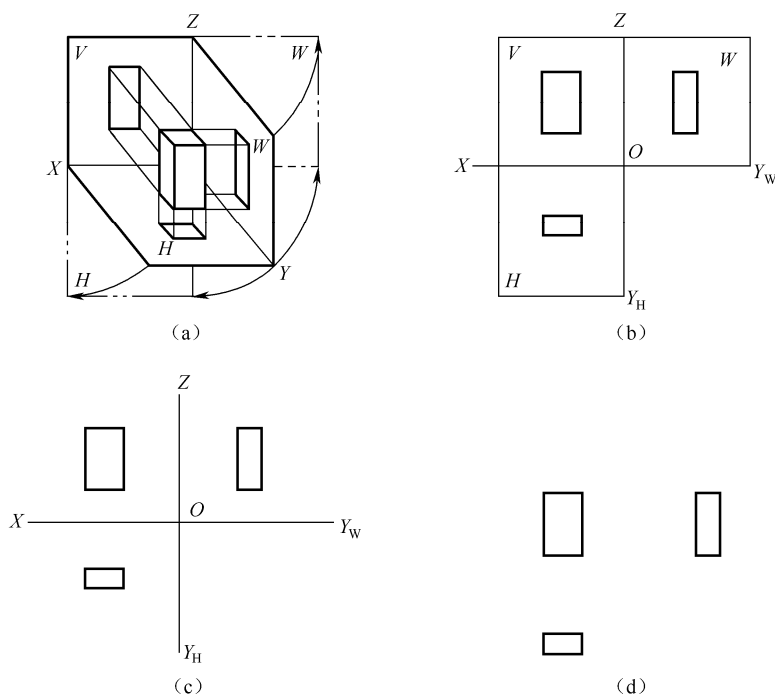


图 2-9 三视图的形成与展开

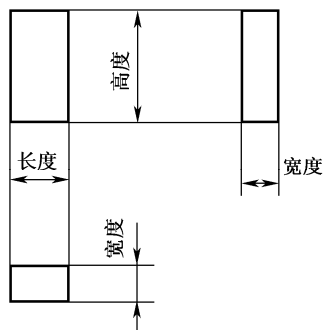


图 2-10 视图间的“三等”关系

- 主、俯视图“长对正”（即等长）；
- 主、左视图“高平齐”（即等高）；
- 俯、左视图“宽相等”（即等宽）。

这称为“三等关系”，也称“三等规律”，它是形体的三视图之间最基本的投影关系，是画图和读图的基础。应当注意，这种关系无论是对整个物体还是对物体局部的每一点、线、面均符合。

3. 三视图与物体方位的对应关系

物体有长、宽、高三个方向的尺寸，有上下、左右、前后六个方位的关系，如图 2-11 (a) 所示。六个方位在三视图中的对应关系如图 2-11 (b) 所示。

- 主视图反映了物体的上下、左右四个方位关系；
- 俯视图反映了物体的前后、左右四个方位关系；
- 左视图反映了物体的上下、前后四个方位关系。

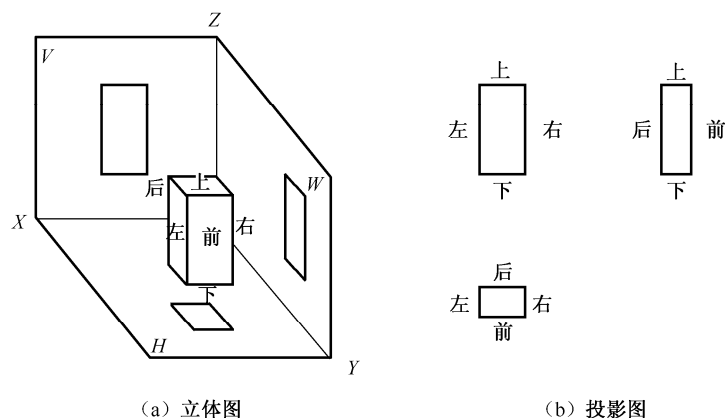


图 2-11 三视图的方位关系

2.2 点、线、面的投影

任何形状的零件表面都是由面围成的，如图 2-12 所示的 V 形块。表面上的面与面的交线为棱线，棱线与棱线相交为点。为了迅速而正确地画出零件的视图，必须掌握点、线、面的投影规律和投影特性。

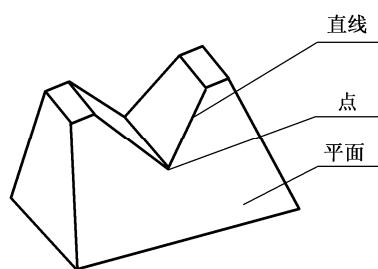


图 2-12 V 形块

2.2.1 点的投影

1. 点的投影及其标记

当投影面和投影方向确定时，空间一点只有唯一的一个投影。如图 2-13 (a) 所示，假设空间有一点 A，过点 A 分别向 H 面、V 面和 W 面作垂线，得到三个垂足 a、a'、a''，便是点 A 在三个投影面上的投影。

规定用大写字母（如 A）表示空间点，它的水平投影、正面投影和侧面投影，分别用相应的小写字母（如 a、a' 和 a''）表示。

根据三面投影图的形成规律将其展开，可以得到如图 2-13（b）所示的带边框的三面投影图，即得到点 A 的三面投影；省略投影面的边框线，就得到如图 2-13（c）所示的 A 点的三面投影图。

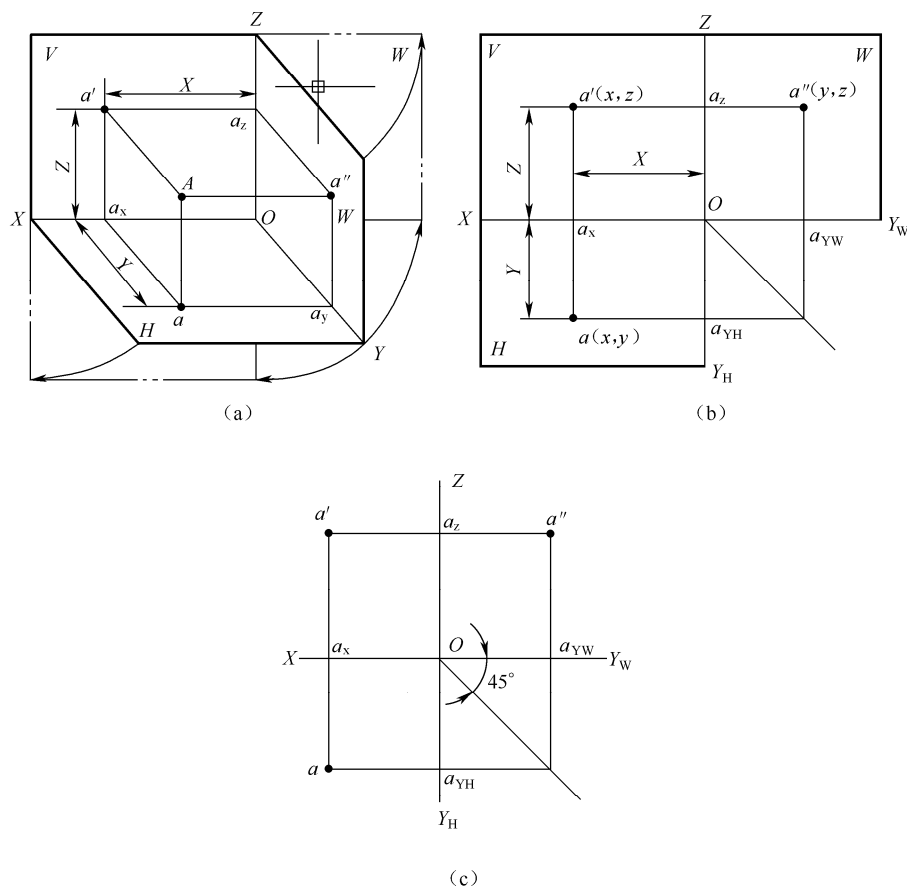


图 2-13 点的两面投影

2. 点的三面投影规律

(1) 点的投影与点的空间位置的关系。

从图 2-13（a）、（b）可以看出，Aa、Aa'、Aa''分别为点 A 到 H、V、W 面的距离，即：

$Aa = a'a_x = a''a_y$ （即 $a''a_{YW}$ ），反映空间点 A 到 H 面的距离；

$Aa' = a'a_x = a''a_z$ ，反映空间点 A 到 V 面的距离；

$Aa'' = a'a_z = a'a_y$ （即 $a'a_{YH}$ ），反映空间点 A 到 W 面的距离；

上述即是点的投影与点的空间位置的关系，根据这个关系，若已知点的空间位置，就可以画出点的投影。反之，若已知点的投影，就可以完全确定点在空间的位置。

(2) 点的三面投影规律。

由图 2-13 中还可以看出：

$$a_{YH} = a'_a_z \quad \text{即 } a'a \perp OX$$

$$a'_a_x = a''_{a_{YW}} \quad \text{即 } a'a'' \perp OZ$$

$$a a_x = a'' a_z$$

这说明点的三个投影不是孤立的，而是彼此之间有一定的位置关系，而且这个关系不因空间点的位置改变而改变，因此可以把它概括为普遍性的投影规律：

①点的正面投影和水平投影的连线垂直于 OX 轴，即 $a'a \perp OX$ ；

②点的正面投影和侧面投影的连线垂直于 OZ 轴，即 $a'a'' \perp OZ$ ；

③点的水平投影 a 到 OX 轴的距离等于侧面投影 a'' 到 OZ 轴的距离，即 $aa_x = a''a_z$ 。

根据上述投影规律，若已知点的任何两个投影，就可求出它的第三个投影。

例 2-1 如图 2-14 所示，已知点 A 的正面投影 a' 和侧面投影 a'' ，求作其水平投影 a 。

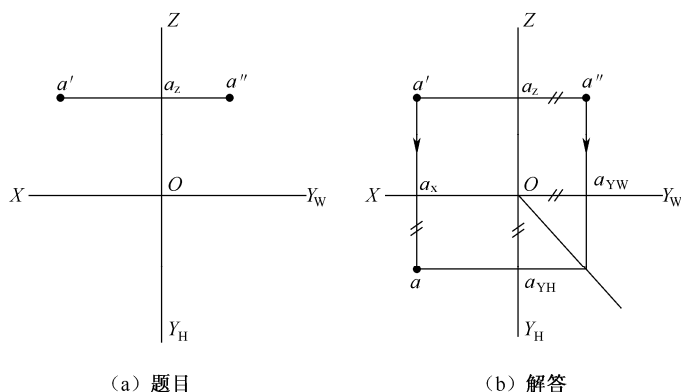


图 2-14 已知点的两个投影求第三个投影

强调：一般在作图过程中，应自点 O 作辅助线（与水平方向夹角为 45° ），以表明 $aa_x = a''a_z$ 的关系。

3. 点的三面投影与直角坐标的关系

三投影面体系可以看成是一个空间直角坐标系，因此可用直角坐标确定点的空间位置。投影面 H 、 V 、 W 作为坐标面，三条投影轴 OX 、 OY 、 OZ 作为坐标轴，三轴的交点 O 作为坐标原点。

由图 2-15 可以看出 A 点的直角坐标与其三个投影的关系：

点 A 到 W 面的距离 $= Oa_x = a'_a_z = a_{a_{YH}} = x$ 坐标；

点 A 到 V 面的距离 $= Oa_{YH} = aa_x = a''a_z = y$ 坐标；

点 A 到 H 面的距离 $= Oa_z = a'_a_x = a''_{a_{YW}} = z$ 坐标。

用坐标来表示空间点位置比较简单，可以写成 $A(x, y, z)$ 的形式。

由图 2-15 (b) 可知，坐标 x 和 z 决定点的正面投影 a' ，坐标 x 和 y 决定点的水平投影 a ，坐标 y 和 z 决定点的侧面投影 a'' ，若用坐标表示，则为 $a(x, y, 0)$ ， $a'(x, 0, z)$ ， $a''(0, y, z)$ 。

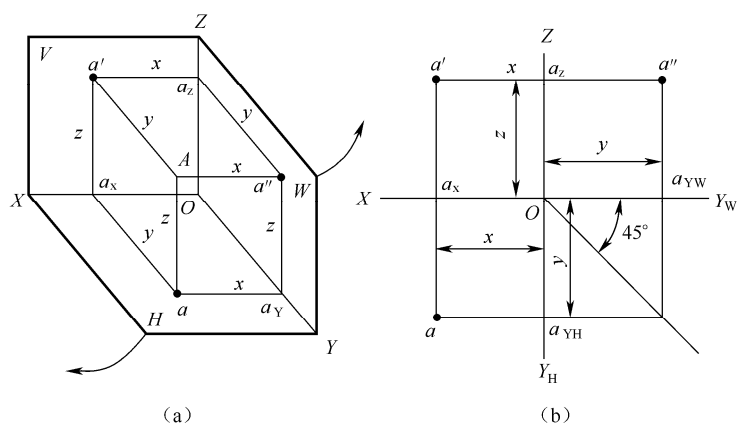


图 2-15 点的三面投影与直角坐标

因此, 已知一点的三面投影, 就可以量出该点的三个坐标; 相反地, 已知一点的三个坐标, 就可以量出该点的三面投影。

例 2-2 如图 2-16 所示, 已知点 A 的坐标 (20, 10, 18), 作出点的三面投影, 并画出其立体图。

其作图方法与步骤如图 2-16 所示。

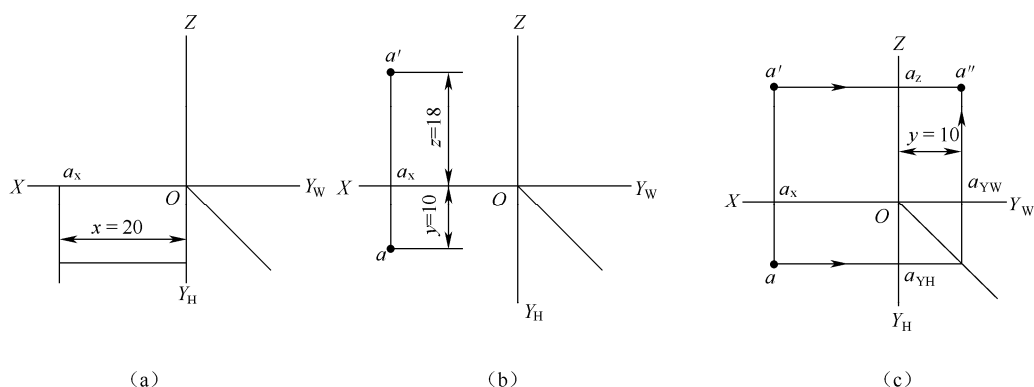


图 2-16 由点的坐标作点的三面投影

立体图的作图步骤如图 2-17 所示。

4. 特殊位置点的投影

(1) 在投影面上的点 (有一个坐标为 0)。

有两个投影在投影轴上, 另一个投影和其空间点本身重合。例如在 V 面上的点 A, 如图 2-18 (a) 所示。

(2) 在投影轴上的点 (有两个坐标为 0)。

有一个投影在原点上, 另两个投影和其空间点本身重合。例如在 OZ 轴上的点 A, 如图 2-18 (b) 所示。

(3) 在原点上的空间点 (有三个坐标都为 0)。

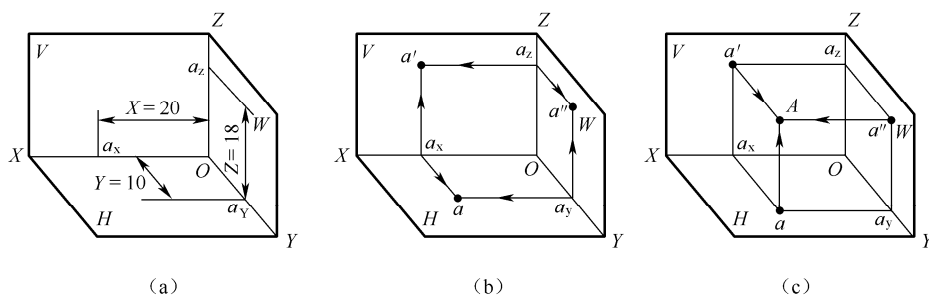


图 2-17 由点的坐标作立体图

它的三个投影必定都在原点上，如图 2-18 (c) 所示。

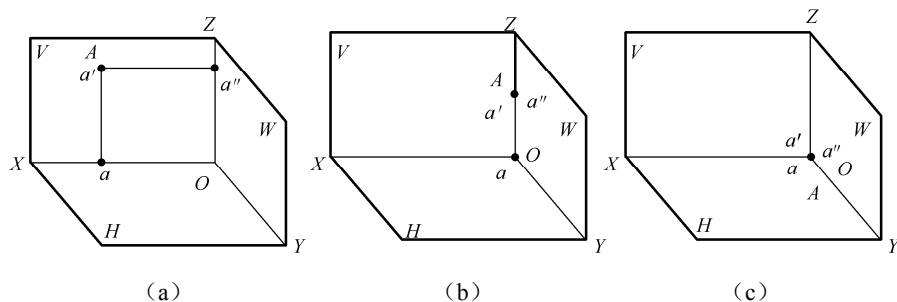


图 2-18 特殊位置点的投影

5. 两点的相对位置

设已知空间点 A，由原来的位置向上（或向下）移动，则 z 坐标随着改变，也就是 A 点对 H 面的距离改变；

如果点 A，由原来的位置向前（或向后）移动，则 y 坐标随着改变，也就是 A 点对 V 面的距离改变；

如果点 A，由原来的位置向左（或向右）移动，则 x 坐标随着改变，也就是 A 点对 W 面的距离改变。

综上所述，对于空间两点 A、B 的相对位置：

- ①距 W 面远者在左（x 坐标大）；近者在右（x 坐标小）；
- ②距 V 面远者在前（y 坐标大）；近者在后（y 坐标小）；
- ③距 H 面远者在上（z 坐标大）；近者在下（z 坐标小）。

如图 2-19 所示，若已知空间两点的投影，即点 A 的三个投影 a、a'、a''和点 B 的三个投影 b、b'、b''，用 A、B 两点同面投影坐标差就可判别 A、B 两点的相对位置。由于 $x_A > x_B$ ，表示 B 点在 A 点的右方； $z_B > z_A$ ，表示 B 点在 A 点的上方； $y_A > y_B$ ，表示 B 点在点的 A 后方。总起来说，就是 B 点在 A 点的右、后、上方。

6. 重影点

若空间两点在某一投影面上的投影重合，则这两点是该投影面的重影点。这时，空间两点的某两坐标相同，并在同一投射线上。

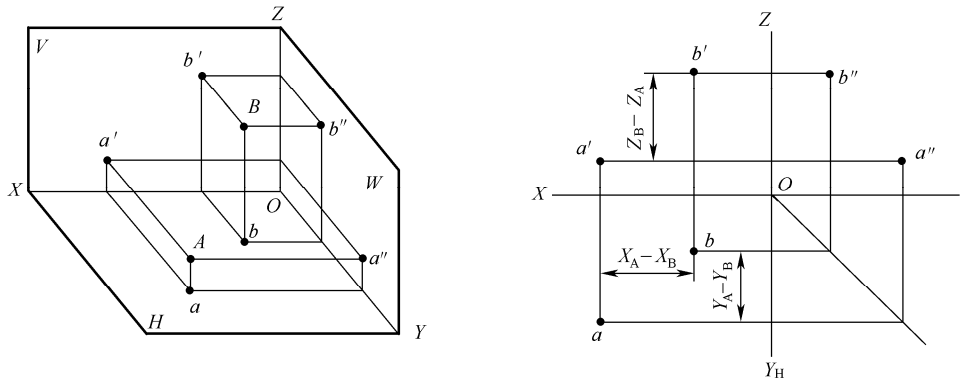


图 2-19 两点的相对位置

当两点的投影重合时，就需要判别其可见性，应注意：对 H 面的重影点，从上向下观察， z 坐标值大者可见；对 W 面的重影点，从左向右观察， x 坐标值大者可见；对 V 面的重影点，从前向后观察， y 坐标值大者可见。在投影图上不可见的投影加括号表示，如 (a') 。

在表 2-1 中，当 A 点位于 B 点的正上方时，即它们在同一条垂直于 H 面的投影线上，其 H 投影 a 和 b 重合，A、B 两点是 H 面的重影点。由于 A 点在上，B 点在下，向 H 面投影时，投影线先遇点 A，后遇点 B，所以点 A 的投影 a 可见，点 B 的投影 b 不可见。为了区别重影点的可见性，将不可见点的投影用字母加括号表示，如重影点 $a(b)$ 。点 A 和点 B 为 H 面的重影点时，它们的 x 、 y 坐标相同， z 坐标不同。

表 2-1 投影面的重影点

	H 面的重影点	V 面的重影点	W 面的重影点
直观图			
投影图			

图 2-20 中，C、D 位于垂直 H 面的投射线上， c 、 d 重影为一点，则 C、D 为对 H 面的重影点， z 坐标值大者为可见，图中 $z_C > z_D$ ，故 c 为可见， d 为不可见，用 $c(d)$ 表示。

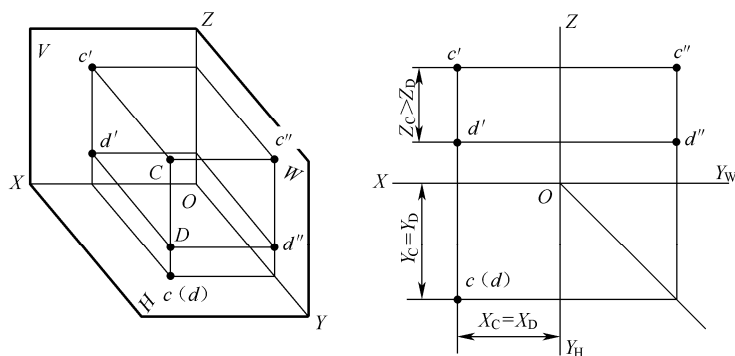


图 2-20 重影点

2.2.2 直线的投影

1. 直线的投影图

两点可以决定一直线，直线的长度是无限延伸的。直线上两点之间的部分（一段直线）称为线段，线段有一定的长度。本书所讲的直线实质上是指线段。

直线的投影在一般情况下仍是直线，在特殊情况下，其投影可积聚为一个点。直线在某投影面上的投影是通过该直线上各点的投射所形成的平面与该投影面的交线。作某一直线的投影，只要作出这条直线两个端点的三面投影，然后将两端点的同面投影相连，即得直线的三面投影。如图 2-21 所示的直线 AB，求作它的三面投影图时，可分别作出 A、B 两端点的投影（a、a'、a''）、（b、b'、b''），然后将其同面投影连接起来即得直线 AB 的三面投影图（a b、a' b'、a'' b''）。

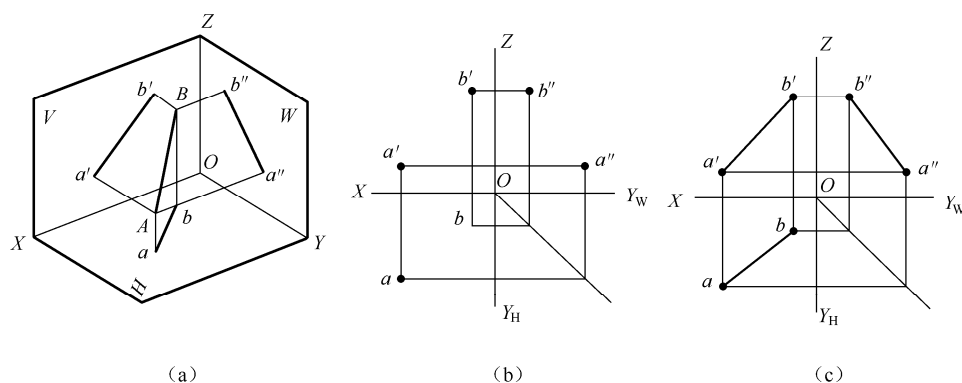


图 2-21 直线的投影

2. 直线对于一个投影面的投影特性

空间直线相对于一个投影面的位置有平行、垂直、倾斜三种，三种位置有不同的投影特性。

(1) 真实性。当直线与投影面平行时，则直线的投影为实长，如图 2-22 (a) 所示。

(2) 积聚性。当直线与投影面垂直时，则直线的投影积聚为一点，如图 2-22 (b) 所示。

(3) 收缩性。当直线与投影面倾斜时, 则直线的投影小于直线的实长, 如图 2-22 (c) 所示。

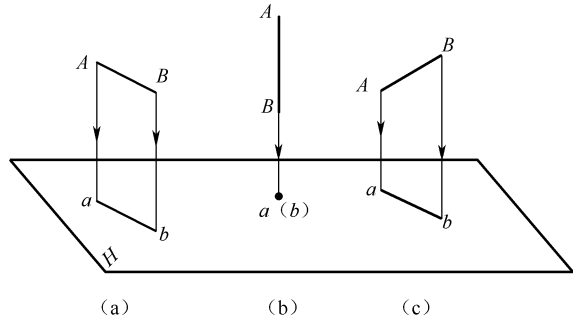


图 2-22 直线的投影

3. 各种位置直线的投影特性

根据直线在三投影面体系中的位置可分为投影面倾斜线、投影面平行线、投影面垂直线三类。前一类直线称为一般位置直线, 后两类直线称为特殊位置直线。

(1) 投影面平行线。平行于一个投影面而与另外两个投影面都倾斜的直线, 称为投影面平行线。投影面平行线可分为以下三种:

- ①平行于 H 面, 同时倾斜于 V、W 面的直线称为水平线, 如表 2-2 中 AB 线。
- ②平行于 V 面, 同时倾斜于 H、W 面的直线称为正平线, 如表 2-2 中 CD 线。
- ③平行于 W 面, 同时倾斜于 H、V 面的直线称为侧平线, 如表 2-2 中 EF 线。

表 2-2 投影面平行线

名称	水平线	正平线	侧平线
直观图			
投影图			

下面以水平线为例说明投影面平行线的投影特性。

在表 2-2 中, 由于水平线 AB 平行于 H 面, 同时又倾斜于 V、W 面, 因而其 H 投影 ab 与直线 AB 平行且相等, 即 ab 反映直线的实长。投影 ab 倾斜于 OX、OY_H 轴, 其与 OX 轴的夹角反映直线对 V 面的倾角 β 的实形, 与 OY_H 轴的夹角反映直线对 W 面的倾角 γ 的实形, AB 的 V 面投影和 W 面投影分别平行于 OX、OY_W 轴, 同时垂直于 OZ 轴。同理可分析出正平线 CD 和侧平线 EF 的投影特性。

根据水平线、正平线、侧平线的投影规律, 可归纳出投影面平行线的投影特性如下:

① 投影面平行线在它所平行的投影面上的投影反映实长, 且倾斜于投影轴, 该投影与相应投影轴之间的夹角, 反映空间直线与另外两个投影面的倾角。

② 其余两个投影平行于相应的投影轴, 长度小于实长。

③ 直线与投影面所夹的角称为直线对投影面的倾角。 α 、 γ 分别表示直线对 H 面、W 面的倾角, 如图 2-23 所示。

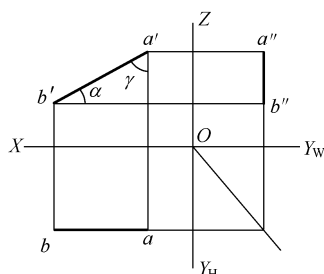


图 2-23 直线对投影面的倾角

例 2-3 如图 2-24 所示, 已知空间点 A, 试作线段 AB, 长度为 15, 并使其平行 V 面, 与 H 面倾角 $\alpha=30^\circ$ 。

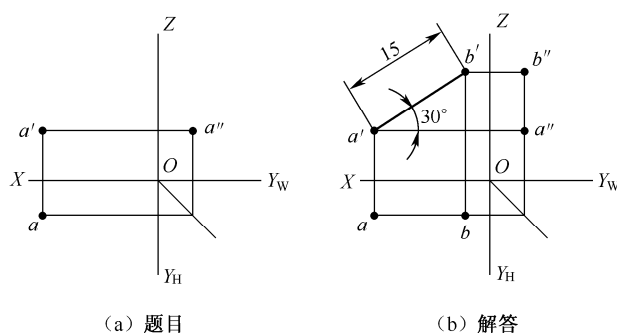


图 2-24 作正平线 AB

(2) 投影面垂直线。垂直于一个投影面的直线称为投影面垂直线。它分为三种:

- ① 垂直于 H 面的直线称为铅垂线, 如表 2-3 中 AB 直线。
- ② 垂直于 V 面的直线称为正垂线, 如表 2-3 中 CD 直线。
- ③ 垂直于 W 面的直线称为侧垂线, 如表 2-3 中 EF 直线。

下面以铅垂线为例说明投影面垂直线的投影特性。

在表 2-3 中, 因直线 AB 垂直于 H 面, 所以 AB 的 H 投影积聚为一点 $a(b)$; AB 垂直于 H 面的同时必定平行于 V 面和 W 面, 所以由平行投影的显实性可知 $a'b'=a''b''=AB$, 并且 $a'b'$ 垂直于 OX 轴, $a''b''$ 垂直于 OY_W 轴, 它们同时平行于 OZ 轴。

表 2-3 投影面垂直线

名称	铅垂线	正垂线	侧垂线
直观图			
投影图			

根据铅垂线、正垂线、侧垂线的投影规律, 可归纳出投影面垂直线的投影特性如下:

- ①直线在它所垂直的投影面上的投影积聚为一点;
- ②直线的另外两个投影平行于相应的投影轴, 且反映实长。

例 2-4 如图 2-25 所示, 已知直线 AB 的水平投影 ab , AB 对 H 面的倾角为 30° , 端点 A 距水平面的距离为 10, A 点在 B 点的左下方, 求 AB 的正面投影 $a'b'$ 。

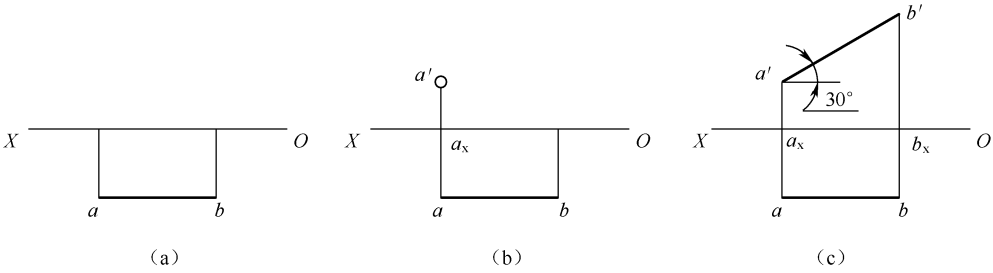


图 2-25 作正平线的 V 面投影

解:

1) 作图分析。

由已知条件可知, AB 的水平投影 ab 平行于 OX 轴, 因而 AB 是正平线, 正平线的正面投影与 OX 轴的夹角反映直线与 H 面的倾角。A 点到水平面的距离等于其正面投影 a' 到 OX 轴的

距离，从而先求出 a' 。

2) 作图步骤。

①过 a 作 OX 轴的垂线 aa_x ，在 aa_x 的延长线上截取 $a'a_x=10$ ，如图 2-25 (b) 所示。

②过 a' 作与 OX 轴成 30° 的直线，与过 b 作 OX 轴垂线 bb_x 的延长线相交，因 A 点在 B 点的左下方，故所得交点即为 b' ，连接 $a'b'$ 即为所求，如图 2-25 (c) 所示。

3) 一般位置直线。与三个投影面都倾斜（既不平行又不垂直）的直线称为一般位置直线，简称一般线。

从图 2-26 可以看出，一般位置直线具有以下投影特性：

①直线在三个投影面上的投影都倾斜于投影轴，其投影与相应投影轴的夹角不能反映其与相应投影面的真实倾角。

②三个投影的长度都小于实长。

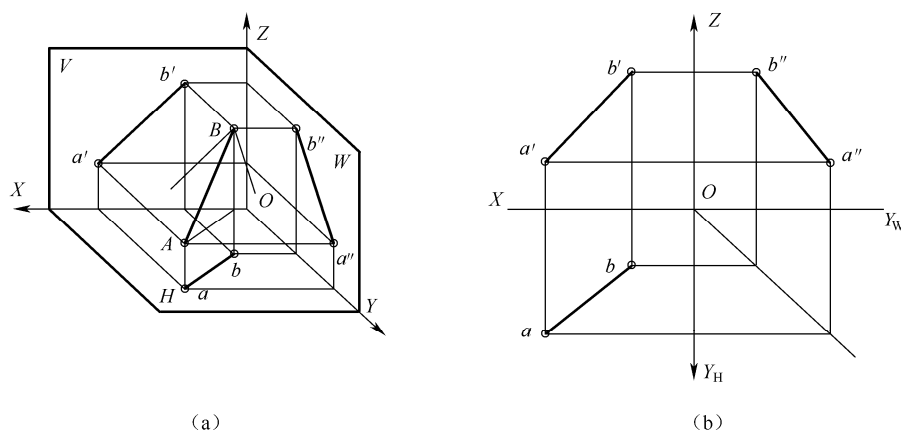


图 2-26 一般位置直线

4. 直角三角形法的作图原理

AB 为一般位置直线，过端点 A 作直线平行其水平投影 ab 并交 Bb 于 C ，得直角三角形 ABC 。在直角三角形 ABC 中，斜边 AB 就是线段本身，底边 AC 等于线段 AB 的水平投影 ab ，对边 BC 等于线段 AB 的两端点到 H 面的距离差（ Z 坐标差），也即等于 $a'b'$ 两端点到投影轴 OX 的距离差，而 AB 与底边 AC 的夹角即为线段 AB 对 H 面的倾角 α ，如图 2-27 所示。

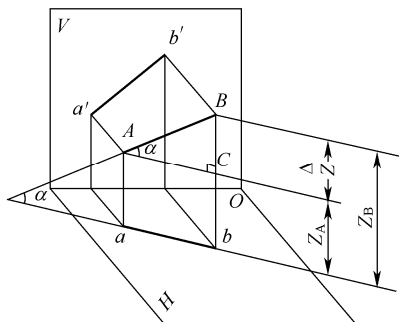


图 2-27 直角三角形法的原理

根据上述分析,用一般位置直线在某一投影面上的投影作为直角三角形的底边,用直线的两端点到该投影面的距离差为另一直角边,作出一直角三角形。此直角三角形的斜边就是空间线段的真实长度,而斜边与底边的夹角就是空间线段对该投影面的倾角。这就是直角三角形法。

作图方法与步骤如图 2-28 所示,用线段的任一投影为底边均可用直角三角形法求出空间线段的实长,其长度是相同的,但所得倾角不同。

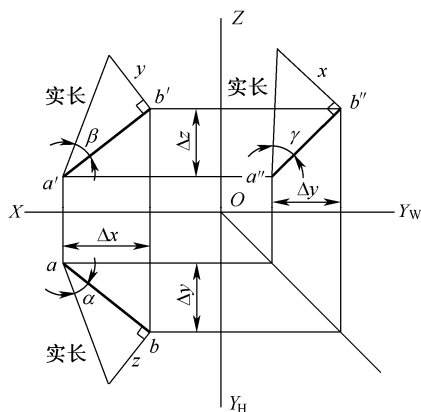


图 2-28 直角三角形法

在直角三角形法中,直角三角形包含四个因素:投影长、坐标差、实长、倾角。只要知道两个因素,就可以将其余两个求出来。

例 2-5 如图 2-29 (a) 所示,已知直线 AB 的实长 $L=15\text{mm}$, 及直线 AB 的水平投影 ab 和点 A 的正面投影 a' , 试用直角三角形法求出直线 AB 的正面投影 $a'b'$ 。

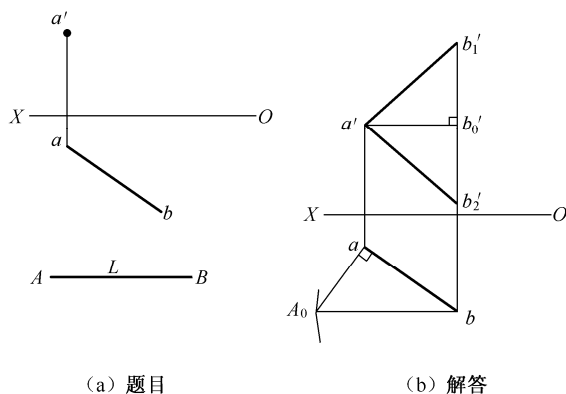


图 2-29 直角三角形法应用示例

5. 直线上点的投影

点在直线上,则点的各个投影必定在该直线的同面投影上,反之,若一个点的各个投影都在直线的同面投影上,则该点必定在直线上。

如图 2-30 所示, 直线 AB 上有一点 C , 则 C 点的三面投影 c 、 c' 、 c'' 必定分别在该直线 AB 的同面投影 ab 、 $a'b'$ 、 $a''b''$ 上。

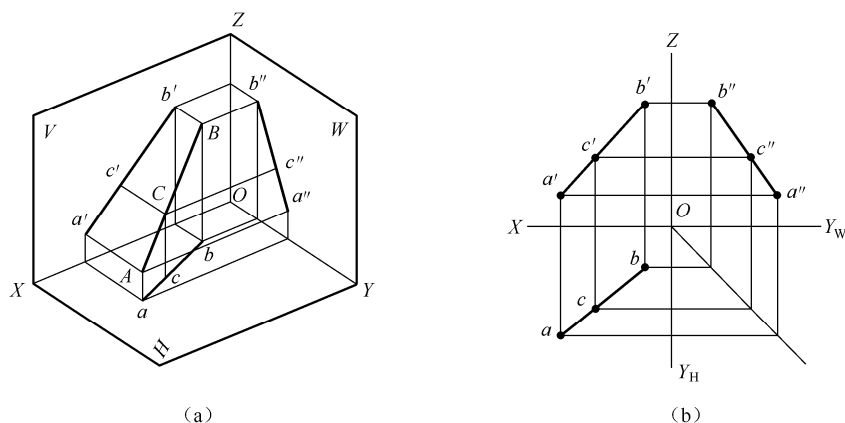


图 2-30 直线上点的投影

直线投影的定比性: 直线上的点分割线段之比等于其投影之比, 这称为直线投影的定比性。

在图 2-30 中, 点 C 在线段 AB 上, 它把线段 AB 分成 AC 和 CB 两段。根据直线投影的定比性, $AC:CB = ac:cb = a'c':c'b' = a''c'':c''b''$ 。

例 2-6 如图 2-31 (a) 所示, 已知侧平线 AB 的两投影和直线上 K 点的正面投影 k' , 求 K 点的水平投影 k 。

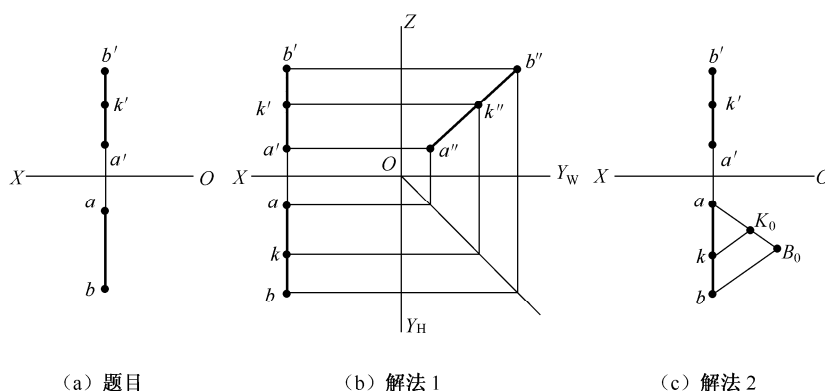


图 2-31 求直线上点的投影

6. 两直线的相对位置

空间两直线的相对位置可分为三种: 两直线平行、两直线相交、两直线交叉。前两种直线又称为同面直线, 后一种又称为异面直线。

(1) 两直线平行。

①特性: 其同面投影平行或重合。

如图 2-32 所示, 由于 $AB \parallel CD$, 则必定 $ab \parallel cd$ 、 $a'b' \parallel c'd'$ 、 $a''b'' \parallel c''d''$ 。反之, 若两直线的各同面投影互相平行, 则此两直线在空间也必定互相平行。

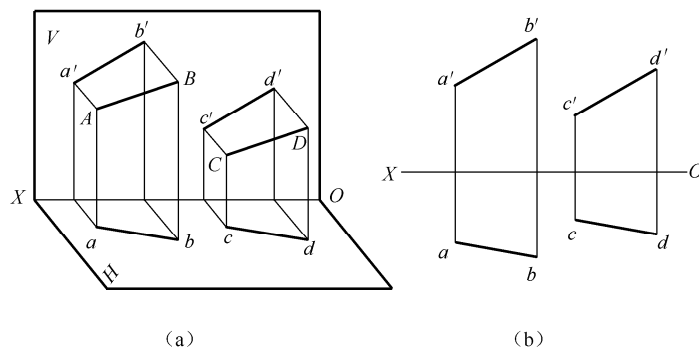


图 2-32 两直线平行

②判定两直线是否平行。

如果两直线处于一般位置时, 则只需观察两直线中的任何两组同面投影是否互相平行即可判定。

当两平行直线平行于某一投影面时, 则需观察两直线在所平行的那个投影面上的投影是否互相平行才能确定。

如图 2-33 所示, 两直线 EF、GH 均为侧平线, 虽然 $ef \parallel hg$ 、 $e'f' \parallel g'h'$, 但不能断言两直线平行, 还必须求作两直线的侧面投影进行判定, 由于图中所示两直线的侧面投影 $e''f''$ 与 $g''h''$ 相交, 所以可判定直线 EF、GH 不平行。

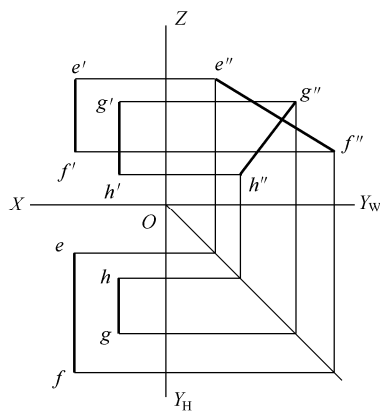


图 2-33 判断两直线是否平行

(2) 两直线相交。

①特性: 其同面投影相交或重合, 且交点符合直线上点的投影规律。

如图 2-34 所示, 两直线 AB、CD 相交于 K 点, 因为 K 点是两直线的共有点, 则此两直线的各组同面投影的交点 k 、 k' 、 k'' 必定是空间交点 K 的投影。反之, 若两直线的各同面投影相交, 且各组同面投影的交点符合点的投影规律, 则此两直线在空间也必定相交。

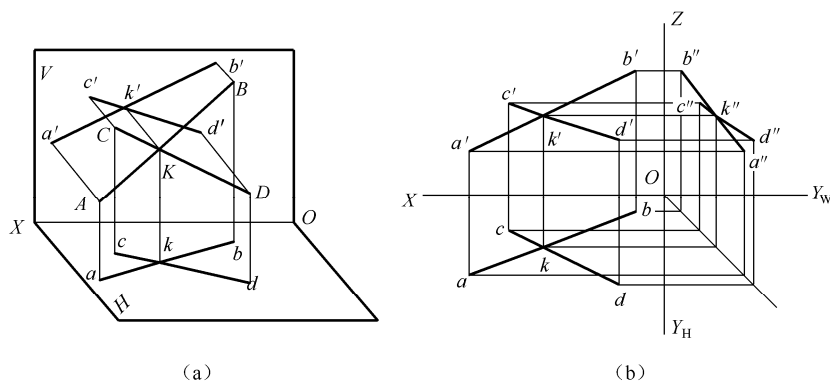


图 2-34 两直线相交

②判定两直线是否相交。

如果两直线均为一般位置线时，则只需观察两直线中的任何两组同面投影是否相交且交点是否符合点的投影规律即可判定。

当两直线中有一条直线为投影面平行线时，则需观察两直线在该投影面上的投影是否相交且交点是否符合点的投影规律才能确定；或者根据直线投影的定比性进行判断。

如图 2-35 所示，两直线 AB、CD 两组同面投影 ab 与 cd 、 $a'b'$ 与 $c'd'$ 虽然相交，但经过分析判断，可判定两直线在空间不相交。

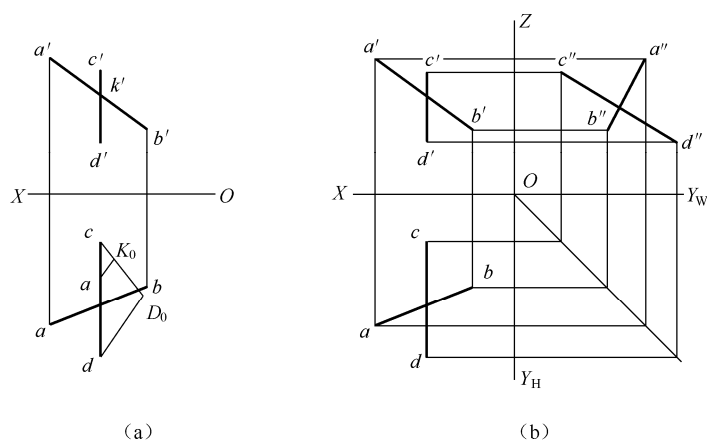


图 2-35 两直线在空间不相交

(3) 两直线交叉。

两直线既不平行又不相交，称为交叉两直线。

①特性：其同面投影相交或平行，且交点不符合直线上点的投影规律，如图 2-36 (a) 所示。

②判定空间交叉两直线的相对位置。

空间交叉两直线的投影的交点，实际上是空间两点的投影重合点。利用重影点和可见性，可以很方便地判别两直线在空间的位置。

在图 2-36 (b) 中, 判断 AB 和 CD 的正面重影点 k' (l') 的可见性时, 由于 K、L 两点的水平投影 k 比 l 的 y 坐标值大, 所以当从前往后看时, 点 K 可见, 点 L 不可见, 由此可判定 AB 在 CD 的前方。同理, 从上往下看时, 点 M 可见, 点 N 不可见, 可判定 CD 在 AB 的上方。

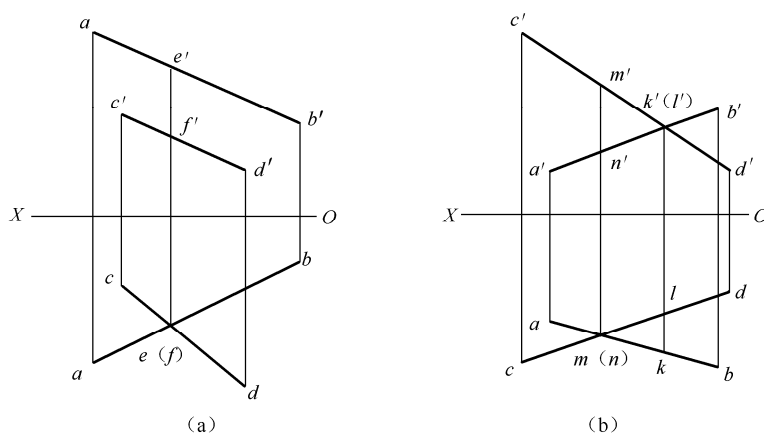


图 2-36 两直线交叉

7. 直角投影定理

空间垂直相交的两直线, 若其中的一直线平行于某投影面时, 则在该投影面的投影仍为直角。反之, 若相交两直线在某投影面上的投影为直角, 且其中有一直线平行于该投影面时, 则该两直线在空间必互相垂直。这就是直角投影定理。

如图 2-37 所示, 已知 $AB \perp BC$, 且 AB 为正平线, 所以 ab 必垂直于 bc 。

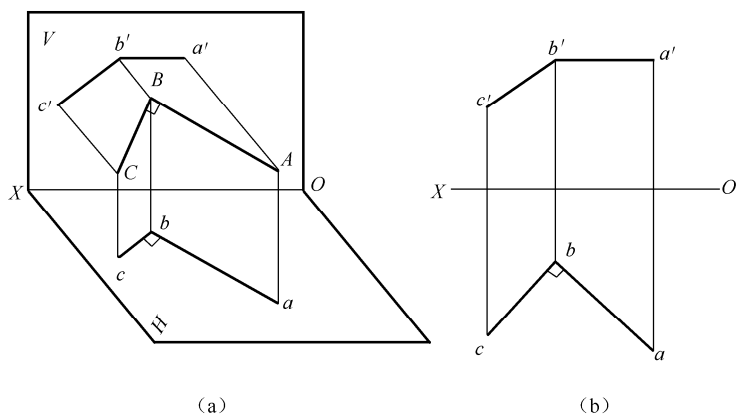


图 2-37 垂直相交的两直线的投影

例 2-7 如图 2-38 (a) 所示, 求点 A 到直线 BC 的距离。

例 2-8 如图 2-39 (a) 所示, 已知菱形 ABCD 的一条对角线 AC 为一正平线, 菱形的一边 AB 位于直线 AM 上, 求该菱形的投影图。

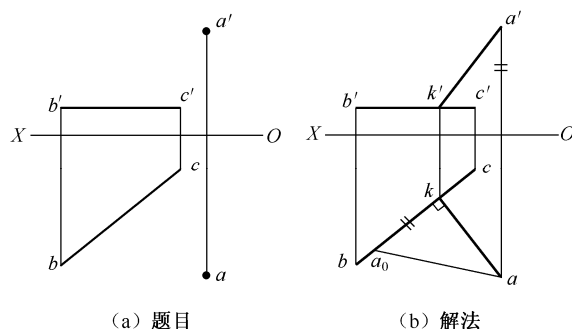


图 2-38 求点到直线的距离

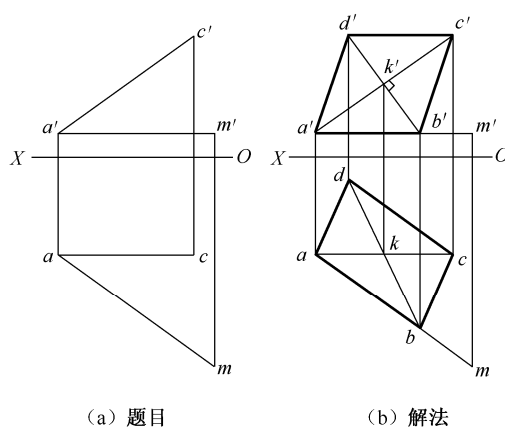


图 2-39 求菱形的投影图

2.2.3 平面的投影

1. 用几何元素表示平面

平面可用下列任何一组几何元素来确定其空间位置：

- (1) 不在同一直线上的三点[A、B、C]，如图 2-40 (a) 所示。
- (2) 一直线和该直线外一点[BC、A]，如图 2-40 (b) 所示。
- (3) 相交两直线[AB×AC]，如图 2-40 (c) 所示。
- (4) 平行两直线[AB//CD]，如图 2-40 (d) 所示。
- (5) 任意平面图形[△ABC]，如图 2-40 (e) 所示。

在投影图上可以用上述任何一组几何元素的投影表示平面。

以上五种表示平面的方式可以互相转化，第一种是最基本的表示方式，后四种都是由其演变而来的，因为我们知道，在空间不属于同一直线上的三点能唯一地确定一个平面。对同一平面来说，无论采用哪一种方式表示，它所确定的空间平面的位置是始终不变的。需要强调的是，前四种只确定平面的位置，第五种不但能确定平面的位置，而且能表示平面的形状和大小，所以一般常用平面图形来表示平面。画平面图形的投影时，一般先画出组成平面图形的各顶点

的投影,然后将这些顶点的同面投影依次相连,即可得到平面图形的投影。

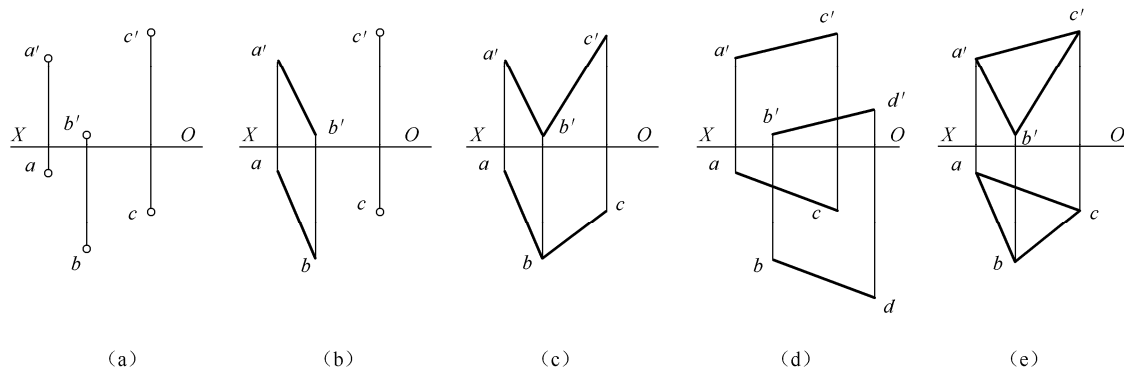


图 2-40 平面的表示方法

2. 用迹线表示平面

平面的空间位置还可以由它与投影面的交线来确定,平面与投影面的交线称为该平面的迹线。如图 2-41 (a) 所示, P 平面与 H 面的交线称为水平迹线,用 P_H 表示; P 平面与 V 面的交线称为正面迹线,用 P_V 表示; P 平面与 W 面的交线称为侧面迹线,用 P_W 表示。

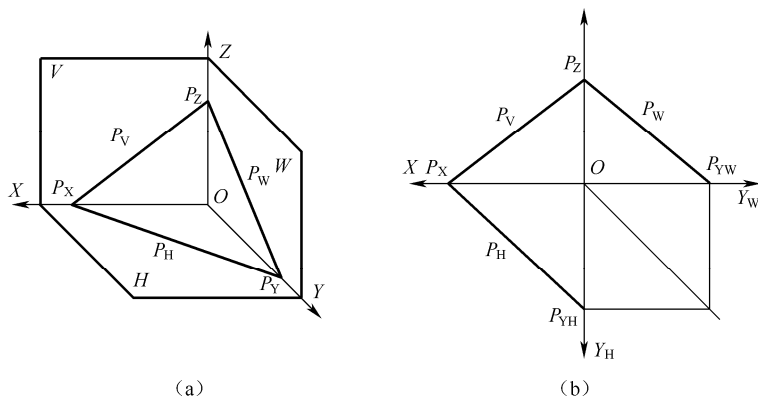


图 2-41 平面的迹线表示法

一般情况下,相邻两条迹线相交于投影轴上,它们的交点也就是平面与投影轴的交点。在投影图中,这些交点分别用 P_X 、 P_Y 、 P_Z 来表示。如图 2-41 (a) 所示的平面 P ,实质上就是相交两直线 P_H 与 P_V 所表示的平面,也就是说三条迹线中任意两条可以确定平面的空间位置,其投影如图 2-41 (b) 所示。

由于迹线位于投影面上,它的一个投影与自身重合,另外两个投影与投影轴重合,通常用只画出与自身重合的投影并加标记的办法来表示迹线,凡是与投影轴重合的投影均不标记。特殊位置平面中有积聚性的迹线两端用短粗实线表示,中间用细实线相连,并标出迹线符号。

2.2.4 各种位置平面的投影特性

根据平面与投影面的相对位置的不同,将空间平面分为两大类,即特殊位置平面和一般位置平面。特殊位置平面又分为投影面平行面和投影面垂直面。

可见空间平面相对于一个投影面的位置有平行、垂直、倾斜三种,三种位置有不同的投影特性。

(1) 真实性。当平面与投影面平行时,则平面的投影为实形,如图 2-42 (a) 所示。

(2) 积聚性。当平面与投影面垂直时,则平面的投影积聚成一条直线,如图 2-42 (b) 所示。

(3) 类似性。平面与投影面倾斜时,则平面的投影是小于平面实形的类似形,如图 2-42 (c) 所示。

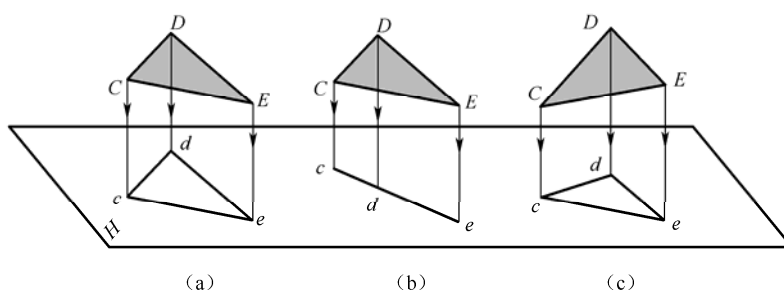


图 2-42 平面的投影特性

1. 投影面平行面

投影面平行面是指平行于一个投影面而与另外两个投影面垂直的平面。它有三种:水平面(平行于 H 面)、正平面(平行于 V 面)、侧平面(平行于 W 面)。如图 2-43 所示为正平面的三面投影

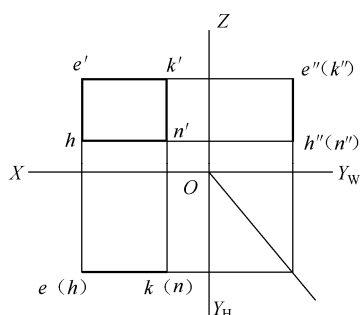


图 2-43 正平面的三面投影

投影面平行面的投影特性:

- ① 平面在所平行的投影面上的投影表达实形。
- ② 其余投影均为直线,有积聚性,且平行于相应的投影轴。

各种投影面平行面的投影特性如表 2-4 所示。

表 2-4 投影面平行面的投影特性

名称	立体面	投影面	投影特性
水平面			①水平投影反映实形 ②正面投影积聚成一直线段，且平行于 OX 轴 ③侧面投影积聚成一直线段，且平行于 OY _W 轴
正平面			①正面投影反映实形 ②水平投影积聚成一直线段，且平行于 OX 轴 ③侧面投影积聚成一直线段，且平行于 OZ 轴
侧平面			①侧面投影反映实形 ②正面投影积聚成一直线段，且平行于 OZ 轴 ③水平投影积聚成一直线段，且平行于 OY _H 轴

2. 投影面垂直面

投影面垂直面是指垂直于一个投影面而对另外两个投影面倾斜的平面。按与其垂直的投影面的不同可分为：铅垂面（垂直于 H）、正垂面（垂直于 V）、侧垂面（垂直于 W）三种。如图 2-44 所示为铅垂面的三面投影。

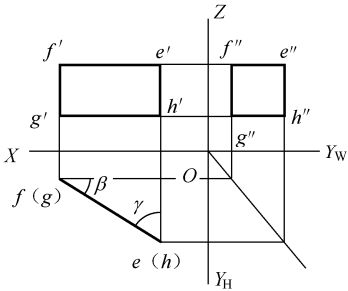


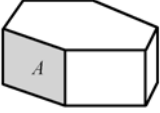
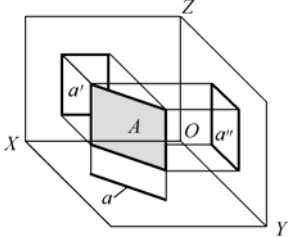
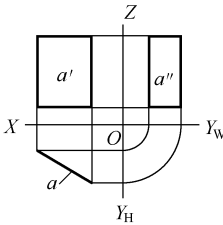
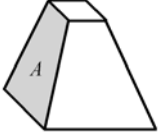
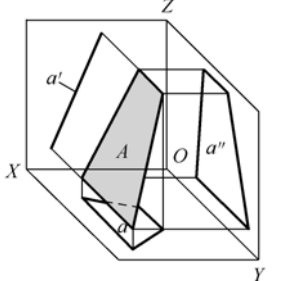
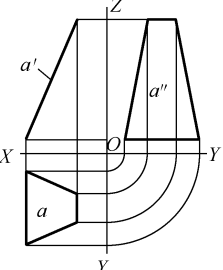
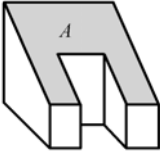
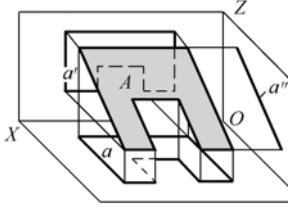
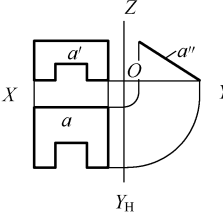
图 2-44 铅垂面的三面投影

投影面垂直面的投影特性：

- ①在所垂直的投影面上的投影，为倾斜于相应投影轴的直线，有积聚性，它和相应投影轴的夹角，即平面对相应投影面的倾角。

②平面多边形的其余投影均为类似形。
各种投影面垂直面的投影特性如表 2-5 所示。

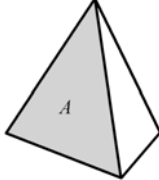
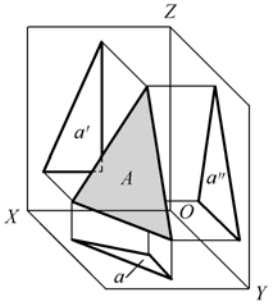
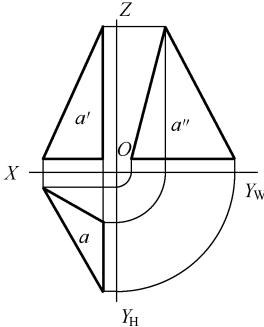
表 2-5 投影面垂直面的投影特性

名称	立体面	投影面	投影特性
铅垂面 			①水平投影积聚成直线段并反映对 V、W 面倾角 β 、 γ ②正面投影和侧面投影为类似形，且不反映实形
正垂面 			①正面投影积聚成直线段并反映对 H、W 面倾角 α 、 γ ②水平投影和侧面投影为类似形，且不反映实形
侧垂面 			①侧面投影积聚成直线段并反映对 V、H 面倾角 β 、 α ②正面投影和水平投影为类似形，且不反映实形

3. 一般位置平面

与三个投影面都倾斜的平面称为一般位置平面，该平面与三个投影面都倾斜，所以它的三个投影都不反映实形，但具有类似性，其投影特性如表 2-6 所示。

表 2-6 一般位置平面的投影特性

名称	立体面	投影面	投影特性
一般位置平面 			在三个投影面上的投影均为缩小了的类似形

例 2-9 分析如图 2-45 所示正三棱锥各棱面与投影面的相对位置。

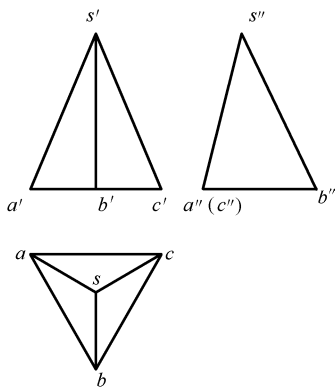


图 2-45 根据正三棱锥三面投影分析各棱面的相对位置

(1) 底面 ABC。V 面和 W 面投影分别积聚为平行于 OX 轴和 OY_W 轴的直线段，可确定底面 ABC 是水平面，水平投影反映实形。

(2) 棱面 SAB。三个投影 sab、s'a'b'、s'a''b''都没有积聚性，均为棱面 SAB 的类似形，可判定棱面 SAB 是一般位置平面。

(3) 棱面 SAC。从 W 面投影中的重影点 a''(c'')可知，棱面 SAC 的一边 AC 是侧垂线。根据几何定理，一个平面上的任一直线垂直于另一平面，则两平面互相垂直。因此，可判定棱面 SAC 是侧垂面，W 面投影积聚成一直线。

4. 平面内的点和线

(1) 平面内的点。

点在平面内时，该点必在平面内的一已知直线上。因此，在平面内找点时，一般要在平面内作辅助线，然后在所作直线上取点。

例 2-10 如图 2-46 (a) 所示，已知 $\triangle ABC$ 平面内点 K 的正面投影 k' ，求水平投影 k 。

作图 如图 2-46 (b) 所示，过 k' 作 $a'd'$ ，则点 K 的水平投影必在 AD 的水平投影上，即求出 K 点的水平投影 k 。

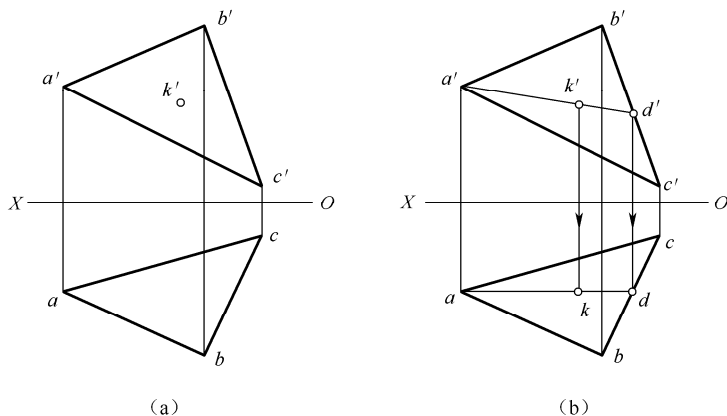


图 2-46 求作一般位置平面上点的投影

(2) 平面内的线。

直线在平面内的几何条件如下：

- ① 直线通过平面内的已知两点；
- ② 直线含平面内的已知点，又平行于平面内的一已知直线。

例 2-11 如图 2-47 所示，判断点 D 是否在 $\triangle ABC$ 确定的平面内。

分析 如果点 D 在平面内，则与平面内的任意点的连线应满足直线在平面内的几何条件。

作图

- ① 连 $a'd'$ ，交 $b'c'$ 于 l' 点。
- ② 连 al 并延长，不和 $d'd$ 交于 d 点，可见 l 不在 AD 的水平投影上，所以 D 不在平面内。

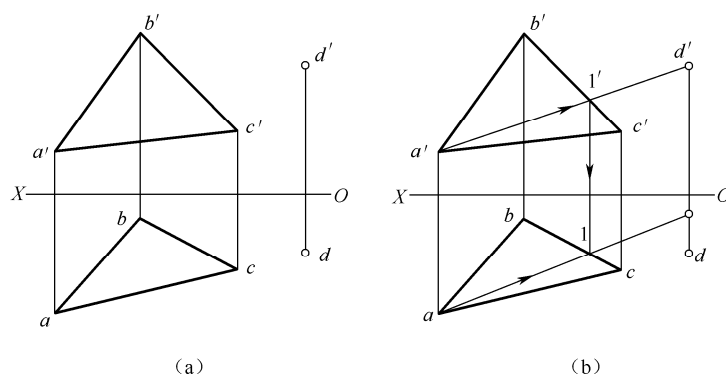


图 2-47 判断点 D 是否在平面内

2.3 基本体的投影

在生产实践中，我们会接触到各种形状的机件，这些机件的形状虽然复杂多样，但都是由一些简单的立体经过叠加、切割或相交等形式组合而成的，如图 2-48 所示。我们把这些形状简单且规则的立体称为基本几何体，简称为基本体。

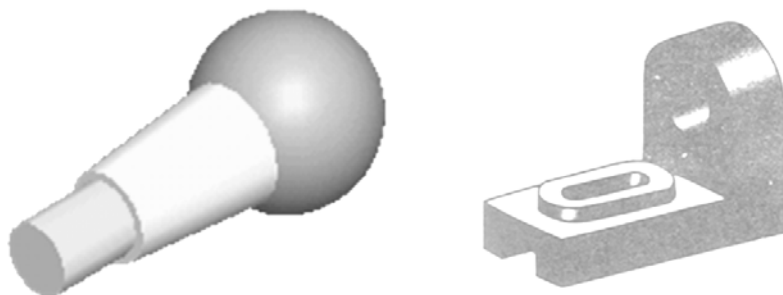


图 2-48 机件的组成

基本体的大小、形状是由其表面限定的，按其表面性质的不同可分为平面立体和曲面立体。表面都是由平面围成的立体称为平面立体（简称平面体），例如棱柱、棱锥和棱台等。表

面都是由曲面或是由曲面与平面共同围成的立体称为曲面立体（简称曲面体），其中围成立体的曲面又是回转面的曲面立体，又叫回转体，例如圆柱、圆锥、球体和圆环体等。

2.3.1 平面立体的投影

平面立体主要有棱柱、棱锥等。平面立体上相邻表面的交线称为棱线。将平面立体的各面、棱线及顶点（棱线的交点）向三个基本投影面作正投影，就可画出平面立体的三视图。画图时，可见的棱线画成粗实线，不可见的棱线画成虚线。

1. 棱柱

(1) 投影分析。

图 2-49 所示的是正六棱柱体。正六棱柱的顶面和底面为正六边形，平行于 H 面且垂直于 V 面和 W 面，在俯视图中为反映实形的正六边形，在主视图和左视图中积聚为直线。正六棱柱体有六个侧棱面，其中前后棱面平行于 V 面且垂直于 H 面和 W 面，它们在主视图中为反映实形的矩形，在俯视图和左视图中积聚为直线；其余四个棱面垂直于 H 面且倾斜于 V 面和 W 面，在俯视图中积聚为直线，在主视图和左视图中为类似形的矩形。

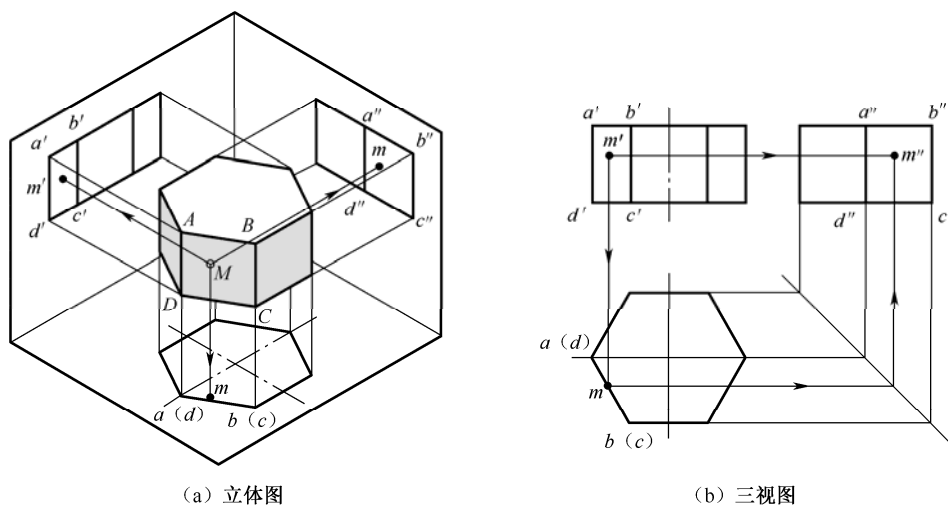


图 2-49 正六棱柱

由此可见，正棱柱的投影特征是：在与棱线垂直的投影面上的投影为一多边形，反映棱柱的形状特征，而另外两个投影面上的投影为矩形线框。

画棱柱的三视图时，应先画反映棱柱形状特征的视图，然后按投影关系画出另两个视图。

(2) 棱柱表面上取点。

在棱柱表面上取点，可利用正投影的基本性质——积聚性求解。如图 2-49 (b) 所示，已知棱柱表面上点 M 的正面投影 m' ，求点 M 的水平投影 m 和侧面投影 m'' 。由于点 M 所在的棱面 ABCD 是铅垂面，其水平投影积聚成一条直线 $abcd$ 。因此点 M 的水平投影 m 必在此直线上，即可由 m' 求出水平投影 m ，然后再由 m' 、 m 求出 m'' 。由于棱面 ABCD 的侧面投影是可见的，所以 m'' 也是可见的。

2. 棱锥

如图 2-50 所示，正三棱锥由 $\triangle ABC$ 和三个棱面 $\triangle SAB$ 、 $\triangle SAC$ 和 $\triangle SBC$ 组成。

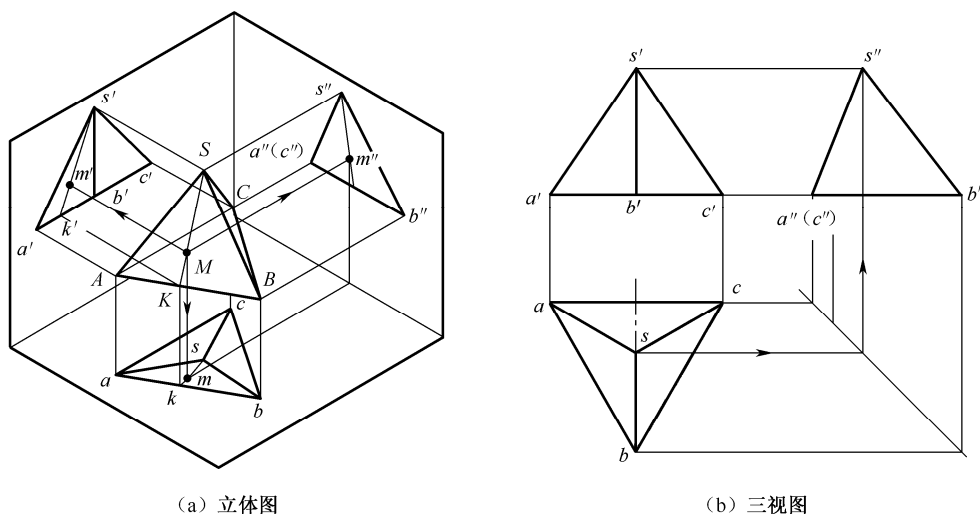


图 2-50 正三棱锥

(1) 投影分析。

由于三棱锥的底面 $\triangle ABC$ 为水平面，它在俯视图中为反映实形的三角形，在主视图和左视图中积聚为直线。棱面 $\triangle SAC$ 为侧垂面，在左视图中积聚为直线，在主视图和俯视图中为类似形的三角形。棱面 $\triangle SAB$ 和 $\triangle SBC$ 与三个投影面均倾斜，为一般位置平面。因此，它们在三个视图中均为类似形的三角形。

三棱锥的棱线 SB 为侧平线，棱线 SA 、 SC 与三个投影面均倾斜，为一般位置直线。三棱锥的三个侧面与底面的交线 AB 、 BC 平行于 H 面，交线 AC 垂直于 W 面。

由此可见棱锥的投影特征是：在与棱锥底面平行的投影面上的投影为多边形，反映棱锥的形状特征，其余两个投影为一个或几个三角形的线框。

画棱锥的三视图时，可先画反映棱锥特征的视图，即底面多边形的投影，再画出锥顶的投影，然后画出棱线的投影即可。

(2) 棱锥表面上取点。

组成棱锥的表面可能垂直或平行于某投影面，也可能与三个投影面均倾斜。若点所在表面垂直或平行于某投影面，该点的投影可利用正投影的性质——积聚性直接求得；若点所在的表面与三个投影面均倾斜，该点的投影可利用正投影的性质——从属性求得。

例 2-12 如图 2-51 (a) 所示，已知三棱锥上点 M 的正面投影 m' ，求它的水平投影 m 和侧面投影 m'' 。

分析：由于点 M 所在的棱面与三个投影面均倾斜，为一般位置平面，其三个投影都没有积聚性，不能用积聚性求解，必须用正投影的从属性求解。

求解有两种方法，一是过点 M 及锥顶点 S 作一条直线 SK ，点 M 在 SK 上，则点 M 的投影必在 SK 的同面投影上，如图 2-51 (a) 所示。作图方法是先连接 $s'k'$ ，并延长交 $a'b'$ 于 k' ，求出 sk ，则 m 必在 sk 上。再求出 $s''k''$ ，则 m'' 必在 $s''k''$ 上；也可由 m' 和 m 求出 m'' 。

另一种方法是过点 M 作 AB 的平行线 MK ，如图 2-51 (b) 所示。作图方法是过 m' 作 $a'b'$ 的平行线，交 $s'a'$ 于 k' ，根据投影关系在 sa 上求得 k ，再根据平行性原理，过 k 作出 ab 的平

行线, 则 m 必在该平行线上, 再由 m' 和 m 求出 m'' 。这种通过做辅助线求解的方法称为辅助线法。

又如图 2-51 (a) 所示, 已知正三棱锥上点 N 的水平投影 n , 求其他两面投影。根据点 N 的水平投影是可见的, 可知点 N 在棱面 $\triangle SAC$ 上。由于棱面 $\triangle SAC$ 为侧垂面, 在左视图中积聚为一直线, 所以可利用积聚性求解, 先由 n 求出 n'' , 再由 n 和 n'' 求出 n' 。因棱面 $\triangle SAC$ 在主视图中是不可见的, 所以 n' 为不可见, 用 (n') 表示。

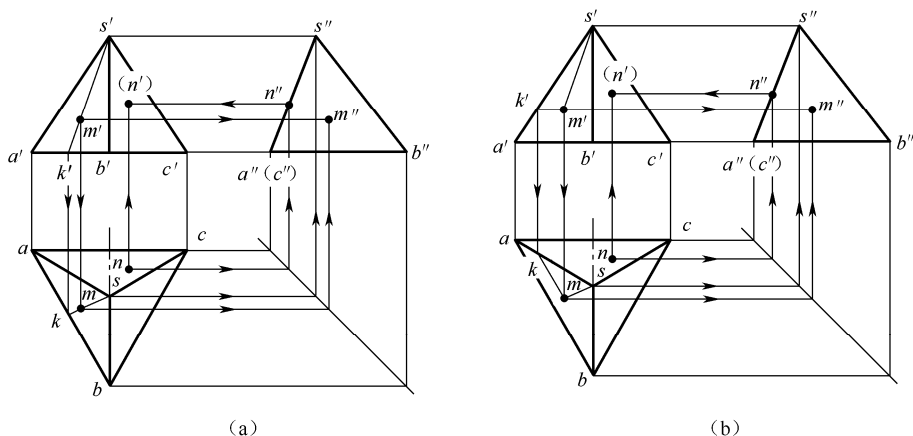


图 2-51 棱锥表面取点

2.3.2 曲面立体的投影

回转体的表面是由一母线(直线或曲线)绕定轴回转一周而形成的回转面, 圆柱、圆锥、圆球和圆环是工程上常见的回转体, 其回转面都是光滑曲面。

1. 基本概念

(1) 曲面。

曲面可以看成是由直线或曲线在空间按一定规律运动形成的。若是作回转运动而形成的曲面则称为回转曲面, 简称回转面。

由直线作回转运动而形成的曲面称为直线回转面。如圆柱曲面是一条直线围绕一条轴线始终保持平行和等距旋转而成(见图 2-52 (a))。圆锥面是一条直线与轴线交于一点始终保持一定夹角旋转而成的(见图 2-52 (b))。

由曲线作回转运动而形成的曲面称为曲线回转面。如球面是由一个圆或圆弧线以直径为轴旋转而成(见图 2-52 (c))。

(2) 素线与轮廓线。

形成回转面的母线, 它们在曲面上的任何位置称为素线。如圆柱体的素线都是互相平行的直线; 圆锥体的素线是汇集于锥顶 S 点的倾斜线; 圆球体的素线是通过球体上下顶点的半圆弧线。

我们把确定曲面范围的外形线称为轮廓线(或转向轮廓线), 轮廓线也是可见与不可见的分界线。轮廓线的确定与投影体系及物体的摆放位置有关, 当回转体的旋转轴在投影体系中摆放的位置合理时, 轮廓线与素线重合, 这种素线称为轮廓素线。在三面投影体系中, 常用的四条轮廓素线分别为形体最前边素线、最后边素线、最左边素线和最右边素线。

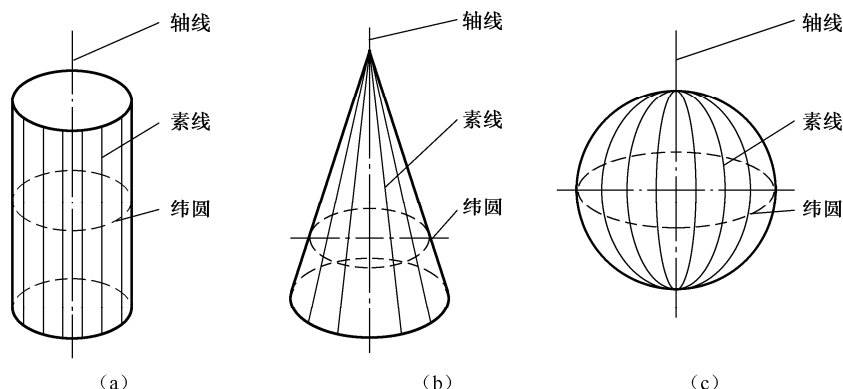


图 2-52 曲面及常见的回转体

(3) 纬圆。

由回转体的形成可知，母线上任意一点的运动轨迹为圆，该圆垂直轴线，此圆即为纬圆。

2. 圆柱

(1) 安放位置。

如图 2-53 (a) 所示为一直圆柱体，其轴线垂直于水平投影面，因而两底面互相平行且平行于水平面，圆柱面垂直于水平面。

(2) 投影分析。

H 面投影为一圆形。它既是两底面的重合投影（实形），又是圆柱面的积聚性投影。

V 面投影为一矩形。该矩形的上下两条边为圆柱体上下两底面的积聚性投影，而左右两条边线则是圆柱面的左右两条轮廓素线 AB、CD 的投影。该矩形线框表示圆柱体前半圆柱面与后半圆柱面的重合投影。

W 面投影为一矩形。该矩形上下两条边为圆柱体上下两底面的积聚性投影，而左右两条边线则是圆柱面的前后两条轮廓素线 EF、GH 的投影。该矩形线框表示圆柱体左半圆柱面与右半圆柱面的重合投影。

(3) 作图步骤，如图 2-53 (b) 所示。

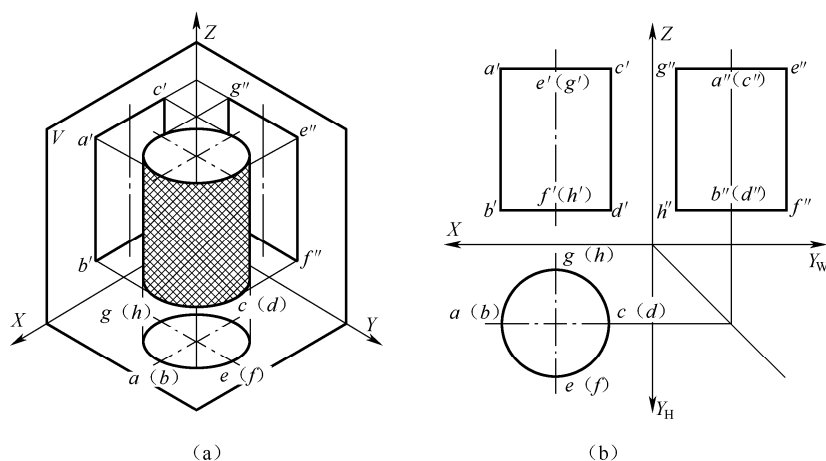


图 2-53 圆柱体的投影

- ①用点划线画出圆柱体各投影的轴线、中心线；
- ②由直径画水平投影圆；
- ③由“长对正”和高度作正面投影矩形；
- ④由“高平齐、宽相等”作侧面投影矩形。

注意：圆柱面上的 AB、CD 两条素线的侧面投影与轴线的侧面投影重合，它们在侧面投影中不画出；EF 和 GH 两条素线的正面投影与轴线的正面投影重合，它们在正面投影中不画出。也就是说非轮廓线的素线投影不必画出。

3. 圆锥

(1) 安放位置。

圆锥轴线垂直于 H 面，底平面为水平面，如图 2-54 (a) 所示。

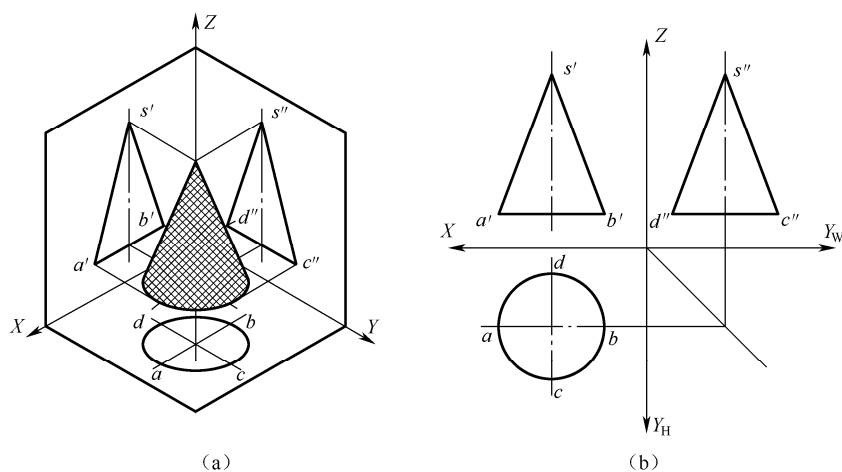


图 2-54 圆锥体的投影

(2) 投影分析。

如图 2-54 (a) 所示，圆锥体是由圆锥面和底平面围成的。

H 面投影为一圆，它是圆锥底面和圆锥面的重合投影。

V 面投影为一等腰三角形，三角形的底边是圆锥底圆的积聚投影，三角形的腰 $s'a'$ 和 $s'b'$ 分别是圆锥面上最左边素线 SA 和最右边素线 SB 的 V 面投影；三角形线框是圆锥面前半部分和后半部分 (SA 和 SB 将圆锥面分为前后两部分) 的重合投影，前半部分可见，后半部分不可见。

W 面投影亦为一等腰三角形，三角形的底边是圆锥底圆的积聚投影，三角形的腰 $s''c''$ 和 $s''d''$ 分别是圆锥面上最前边素线 SC 和最后边素线 SD 的 W 面投影；三角形框是圆锥左半部分和右半部分 (SC 和 SD 可将圆锥面分为左右两部分) 的重合投影，左半部分可见，右半部分不可见。

(3) 作图步骤，如图 2-54 (b) 所示。

- ①用点划线画出圆锥体三面投影的轴线、中心线。

②画出底面圆的三面投影。底面为水平面，水平投影为反映实形的圆，其他两投影积聚为直线段，长度等于底圆直径。

③依据圆锥的高度画出锥顶点 S 的三面正投影。

④画轮廓线的三面正投影，即连接等腰三角形的腰。

圆锥面是光滑的，和圆柱面类似，当素线的投影不是轮廓线时，均不画出。

4. 圆球

(1) 圆球面的特性。

圆球体是由圆球面所围成的，由于通过球心的直线都可作旋转轴，故球面的旋转轴可以根据需要确定。

(2) 投影分析。

如图 2-55 (a) 所示，圆球体的三面投影都是大小相等的圆，是球体在三个不同方向的轮廓线的投影，其直径与球径相等。H 面投影的圆 a 是球体上半部分的球面与下半部分球面的重合投影，上半部分可见，下半部分不可见；圆周 a 是球面上平行于 H 面的最大圆 A 的投影。V 面投影的圆 b' 是球体前半部分球面与后半部分球面的重合投影，前半部分可见，后半部分不可见；圆周 b' 是球面上平行于 V 面的最大圆 B 的投影。W 面投影的圆 c'' 是球体左半部分球面与右半部分球面的重合投影，左半部分可见，右半部分不可见；圆周 c'' 是球面上平行于 W 面的最大圆 C 的投影。

球面上 A 、 B 、 C 三个大圆的其他投影均与相应的中心线重合；这三个大圆分别将球面分成上下、前后、左右两部分。

(3) 作图步骤。

①用点划线画出圆球体各投影的中心线。

②以球的直径为直径画三个等大的圆，如图 2-55 (b) 所示。

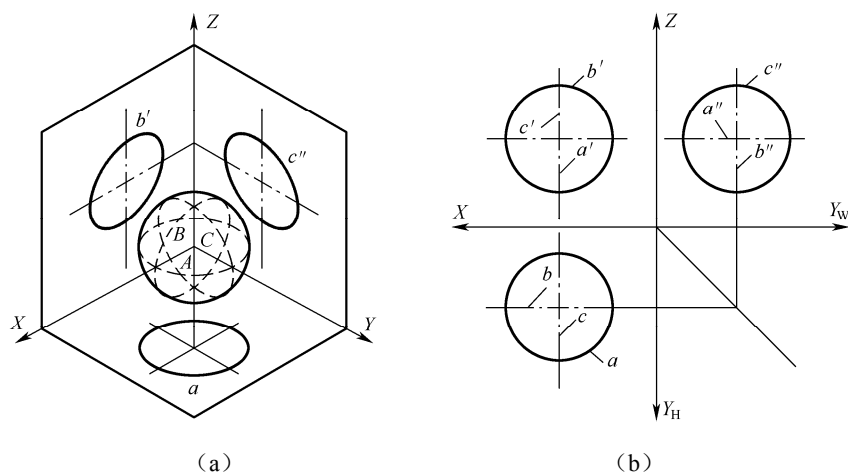


图 2-55 圆球体的投影

5. 圆环

圆环由环面围成，其三面投影中，两个投影为长圆形（内环面用虚线表示），一个投影为同心圆，如图 2-56 所示。

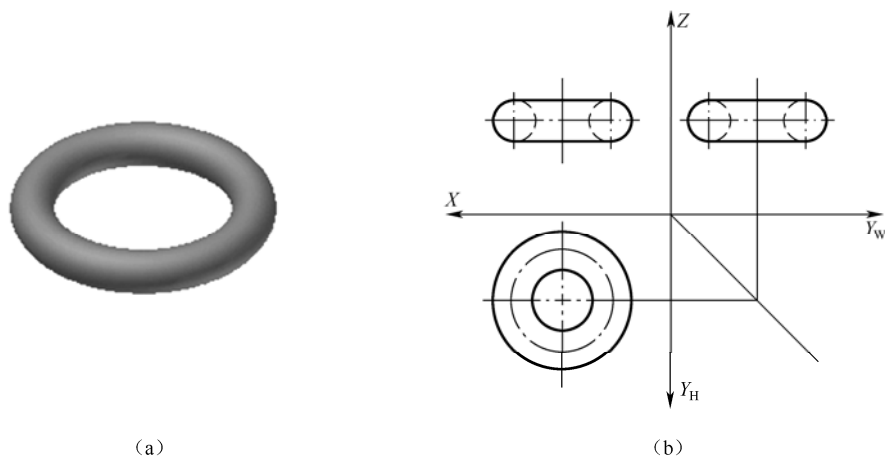


图 2-56 圆环的投影

6. 回转体上点和线的投影

曲面立体表面上的点和线的投影作图，与在平面上取点、取线的原理一样。

方法一：素线法。

例 2-13 如图 2-57 所示，已知圆锥面上一点 A 的正面投影 a' ，求 a 、 a'' 。

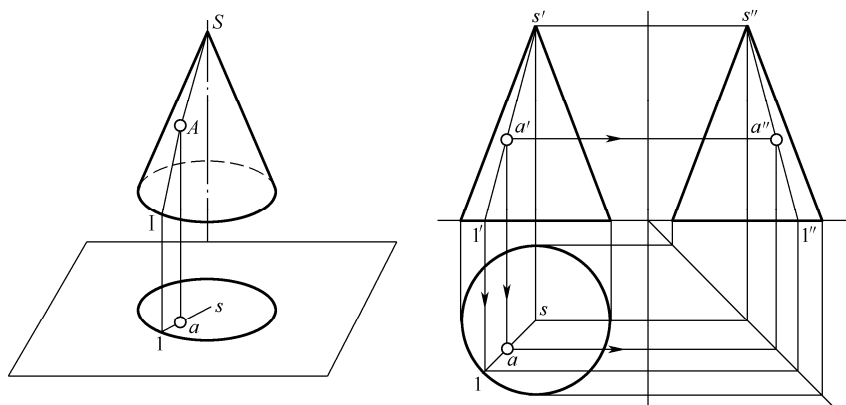


图 2-57 素线法求圆锥表面上的点

(1) 分析。

①A 点在圆锥面上，一定在圆锥的一条素线上，故过 A 点与锥顶 S 相连，并延长交底面圆周于 I 点，SI 即为圆锥面上的一条素线，求出此素线的各投影。

②根据点线的从属关系，求出点的各投影。

(2) 作图。

①过 a' 作素线 SI 的正面投影 $s'l'$ ；

②求 $s1$ 。连接 $s'a'$ 延长交 l' ，在水平投影上求出 1 点，连接 $s1$ 即为素线 SI 的水平投影 $s1$ 。

③由 a' 求出 a ，由 a' 及 a 求出 a'' 。

或先求出 $S I$ 的侧面投影，根据从属关系求出 A 点的侧面投影 a'' 。

方法二：纬圆法。由回转面的形成可知，母线上任意一点的运动轨迹为圆，该圆垂直于旋转轴线，我们把这样的圆称之为纬圆。圆锥面上任一点必然在与其高度相同的纬圆上，因此只要求出过该点的纬圆的投影，即可求出该点的投影。

例 2-14 如图 2-58 所示，已知圆锥表面上一点 A 的投影 a' ，求 a 、 a'' 。

(1) 分析。过 A 点作一纬圆，该圆的水平投影为圆，正面投影、侧面投影均为直线， A 点的投影一定在该圆的投影上。

(2) 作图。

①过 a' 作纬圆的正面投影，此投影为一横线。

②画出纬圆的水平投影。

③由 a' 求出 a ，由 a 及 a' 求出 a'' 。

④判别可见性，两投影均可见。

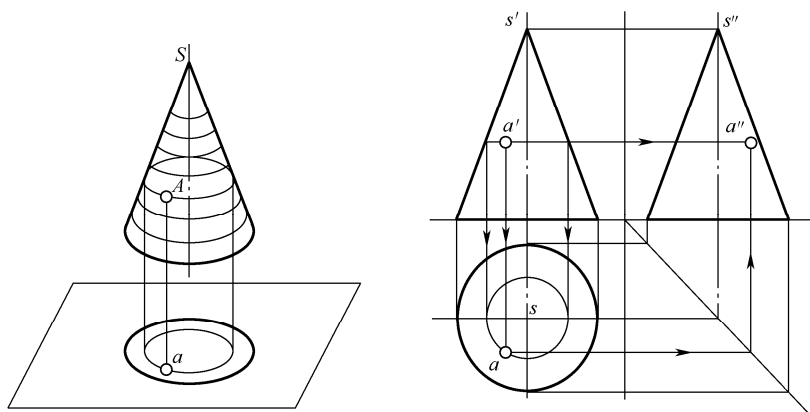


图 2-58 纬圆法求圆锥表面上的点

由上述两种作图法可以看出，当 A 点的任意投影为已知时，均可用素线法或纬圆法求出它的其余两面投影。

例 2-15 如图 2-59 所示，已知圆锥表面上的线段 AB 的正面投影，求其另两面投影。

(1) 分析。作圆锥面上线段的投影的方法：求出线段上的端点、轮廓线上的点、分界点等特殊位置的点及适当数量的一般点，并依次连接各点的同面投影。

(2) 作图。

①求线段端点 A 、 B 的投影。利用平行于 H 面的辅助纬圆，求得 a 、 a'' 以及 b 、 b'' 。

②求侧面转向轮廓线上点 C 的投影 c 、 c'' ，也可利用从属关系直接求出 c 。

③在线段的正面投影上选取适当的点求其投影。如图中 D 点的各投影。

④判别可见性。由正面投影可知，曲线 BC 位于圆锥右半部分的锥面上，其侧面投影不可见，画成虚线， AC 位于左半锥面上，侧面投影可见，画成实线，水平投影均可见。

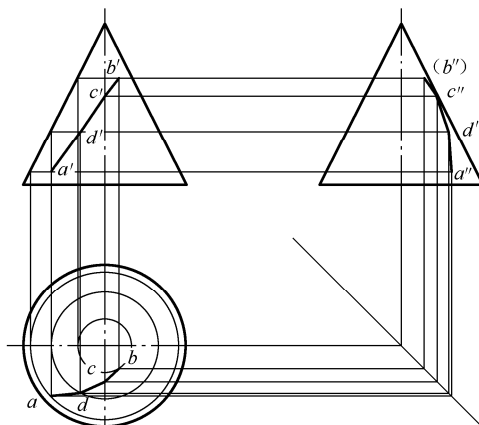


图 2-59 圆锥表面上取线

例 2-16 如图 2-60 所示, 已知球面上的一点 A 的投影 a' , 求 a 及 a'' 。

(1) 分析。由 a' 得知 A 点在左上半球上, 可以利用水平纬圆解题。

(2) 作图。

①过 a' 作纬圆的正面投影 (为一直线)。

②求出纬圆的水平投影。

③由 a' 求出 a , 由 a' 及 a 求出 a'' 。

④判别可见性。两投影均可见。

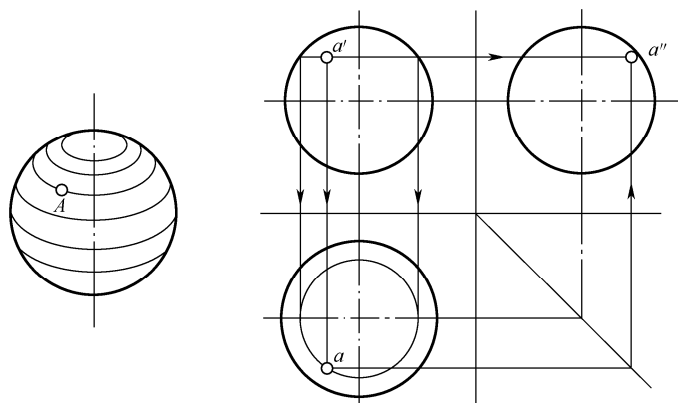


图 2-60 圆球表面上取点

例 2-17 如图 2-61 (a) 所示, 已知属于球体上的点 A、B、C 及线段 EF 的一个投影, 求其另两个投影。

(1) 分析。

①由已知条件可判断点 A 在球体的左前上方球面上; 点 B 位于球体前下方的球面上, 是最大侧平圆上的特殊点; 点 C 位于球体左下方的球面上, 是最大正平圆上的特殊点。

② $e'f'$ 为一虚直线段, 说明 EF 是位于球体左后方的球面上, 且平行于侧面的一段圆弧, E、F 为一般位置点。

(2) 作图, 如图 2-61 (b) 所示。

①求 a 、 a'' 。过 a' 作水平纬圆, 利用从属关系求出 a , 再求出 a'' 。

②求 b 、 b'' 。B 点位于侧面转向轮廓线上, 可直接求出 b'' , 再求出 b 。

③求 c' 、 c'' 。C 点位于正面转向轮廓线上, 可直接求出 c' , 再求出 c'' 。

④求 ef 、 $e''f''$ 。过 $e'f'$ 作一侧平圆, 求出 $e''f''$ 。水平投影 ef 为一直线段, e 、 f 两点重合, f 点为不可见。

⑤判别可见性, 如图 2-61 所示。

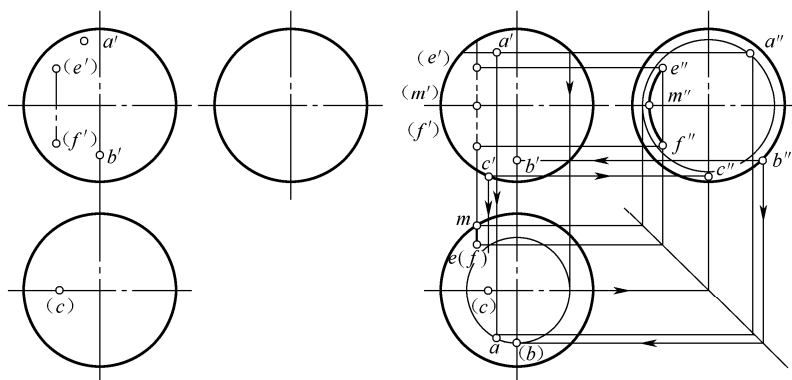


图 2-61 圆球体上取点和线

可见, 求曲面上点的投影的方法主要有素线法和纬圆法两种, 在采用这两种方法时应着重弄清以下概念:

(1) 某一点在曲面上, 则它一定在该曲面的素线或纬圆上。

(2) 求一点投影时, 要先求出它所在的素线或纬圆的投影。

(3) 为了熟练地掌握在各种曲面上作素线或纬圆的投影, 必须了解各种曲面的形成规律和特性。

2.4 基本体的表面交线及其投影

2.4.1 截交线

平面与立体表面相交, 可以认为是立体被平面截切。截切立体的平面称为截平面, 截平面与立体表面的交线称为截交线, 如图 2-62 所示。

截交线有下列两个基本性质:

(1) 共有性。截交线是截平面与立体平面的共有线, 截交线上的任意一点也必是截平面和立体表面上的共有点。

(2) 封闭性。由于任何立体都有一定的范围, 因此截交线一般都是封闭的。

由截交线的性质可知, 求截交线实质上就是求截平面与立体表面上的一系列共有点的集合。

平面与回转体表面相交产生的截交线一般为平面曲线, 求它们的截交线就是求截平面与回转体表面素线的交点。

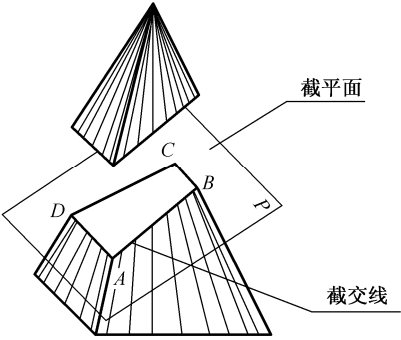


图 2-62 立体与平面相交

截交线上能确定截交线的形状、范围的点，如截交线上的最高点、最低点、最左点、最右点、最前点、最后点以及曲面投影的转向轮廓线上的点等，称为特殊点，其他的点称为一般点。求截交线通常先作出截交线上的特殊点，再按连线需求求出若干个一般点，然后依次连成截交线，并判别其可见性。

1. 平面与圆柱相交

平面与圆柱相交，根据截平面与圆柱的相对位置不同，其截交线的情况有三种，如表 2-7 所示。

表 2-7 圆柱截交线

立体图			
投影图			
	截平面平行于轴线，截交线为矩形	截平面垂直于轴线，截交线为圆	截平面倾斜于轴线，截交线为椭圆

例 2-18 求一斜切圆柱的截交线，如图 2-63 所示。

(1) 分析：圆柱被一正垂面的截平面截切，由于截平面与圆柱的轴线倾斜，故其截交线

为椭圆。它的主视图中的投影积聚为一直线，即积聚在截平面的正面投影上，在俯视图中与圆柱面的水平投影圆重合，在左视图中的投影为一椭圆。因此只需求出截交线在左视图中的投影。

(2) 作图。

①求特殊点。由图 2-63 (a) 可知，椭圆长轴上的两个端点 I、V 是截交线上的最低点和最高点，也是最左点和最右点，位于圆柱正面投影的转向轮廓线上。椭圆短轴的两个端点 III、VII 是截交线上的最前点和最后点，位于圆柱侧面投影的转向轮廓线上。利用积聚性可求出它们的水平投影 1、5、3、7 和正面投影 $1'$ 、 $5'$ 、 $3'$ 、 $7'$ ，再求出它们的侧面投影 $1''$ 、 $5''$ 、 $3''$ 、 $7''$ ，如图 2-63 (b) 所示。

②求一般点 在特殊点之间作出适量的一般点 II、IV、VI、VIII，可先在俯视图中的圆上作出它们的水平投影 2、4、6、8，再作出它们的正面投影 $2'$ 、 $4'$ 、 $6'$ 、 $8'$ 点，然后由正面投影和水平投影求出它们的侧面投影 $2''$ 、 $4''$ 、 $6''$ 、 $8''$ ，如图 2-63 (c) 所示。

③依次光滑连接各点，即得截交线在左视图中的投影，如图 2-63 (d) 所示。

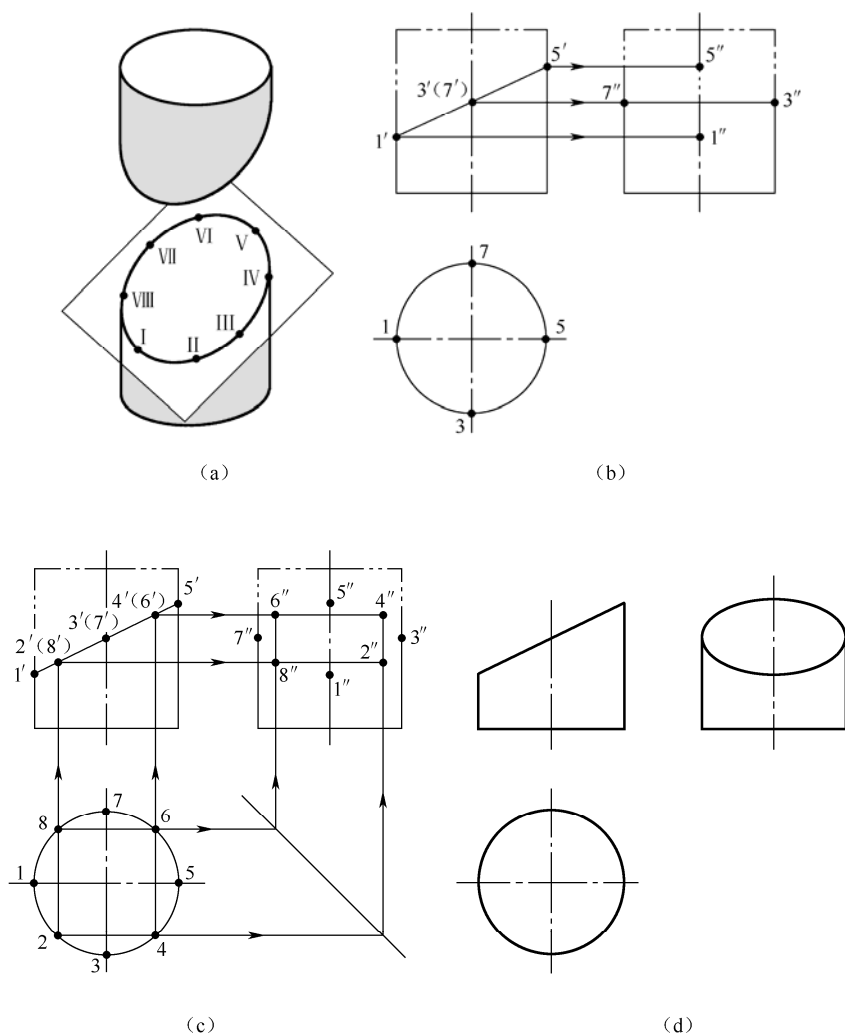


图 2-63 斜切圆柱的截交线

例 2-19 求切口圆柱的三视图，如图 2-64 所示。

(1) 分析：圆柱的切口是由平行轴线的正平面和垂直轴线的侧平面切割而成。其截交线分别由直线和圆弧组成。

(2) 作图。

①做出圆柱的三视图。

②根据截平面的位置作出切口的具有积聚性的正面投影和侧面投影。

③根据投影关系作出切口的水平投影。必须注意在该圆柱的主视图中，圆柱下部切口处的转向轮廓线被切去。

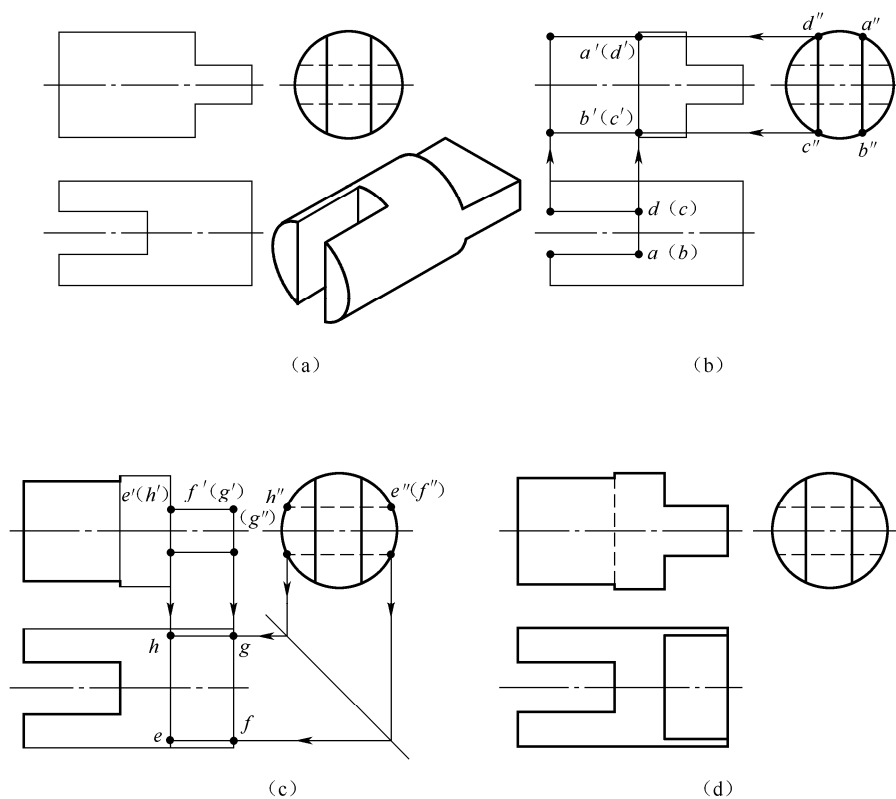


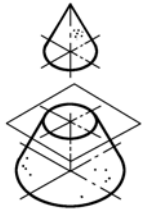
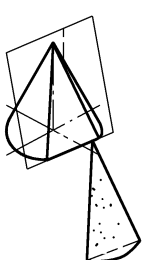
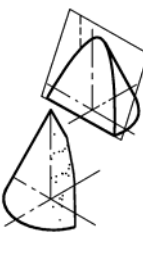
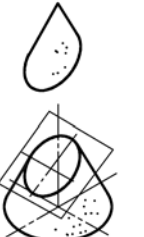
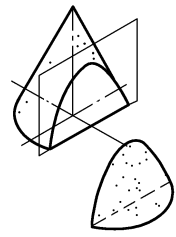
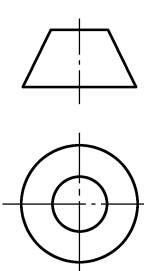
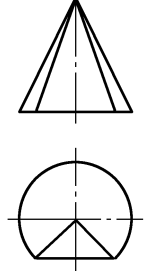
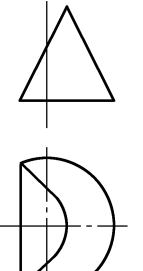
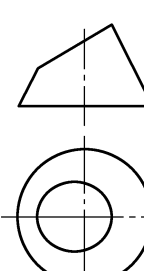
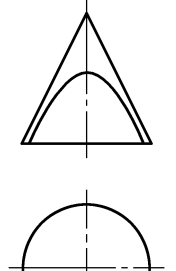
图 2-64 切口圆柱的画法

2. 平面与圆锥相交

平面与圆锥相交，根据截平面与圆锥轴线的相对位置，截交线有五种情况，如表 2-8 所示。

当圆锥截交线为圆和直线时，其投影可直接作出。若截交线为椭圆、抛物线或双曲线时，截交线上的点可用辅助线法求解。

表 2-8 圆锥截交线

立体图					
投影图					
	截平面与轴线垂直, 交线为圆	截平面经过顶点, 交线为两条直线	截平面与任一素线平行, 交线为抛物线	截平面与轴线倾斜, 交线为椭圆	截平面与轴线平行, 交线为双曲线

例 2-20 圆锥被一正平面的截平面截切, 求其截交线的投影, 如图 2-65 所示。

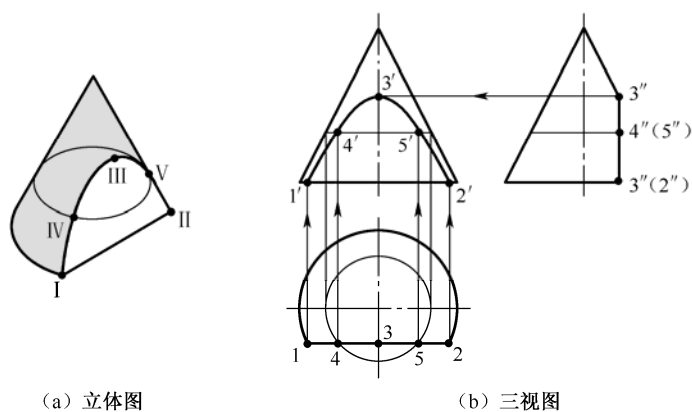


图 2-65 圆锥被一为正平面的截平面截切

(1) 分析: 截平面为正平面, 且与圆锥的轴线平行, 截交线由双曲线和直线组成。双曲线的正面投影反映实形, 直线的正面投影积聚在圆锥底面的投影上, 为一直线; 它们的水平投影和侧面投影均积聚在截平面的投影上。因此, 求截交线投影的关键是求双曲线的投影。

(2) 作图。

①求特殊点。截交线的最高点Ⅲ是圆锥的最前素线与截平面的交点，在左视图中可直接得到该点的侧面投影 $3''$ ，由 $3''$ 可求出 $3'$ 。截交线的最低点Ⅰ、Ⅱ是圆锥底圆与截交线的交点，其水平投影是圆锥底圆的投影与截平面投影的交点 1、2，由 1、2 可求得 $1'$ 、 $2'$ 。

②求一般点。可用辅助纬圆法求得。在截交线的适当位置作一平行于 H 面的辅助纬圆，该圆的水平投影与截平面的水平投影的交点 4、5 就是截交线Ⅳ、Ⅴ两点的水平投影，再作出辅助纬圆的正面投影，就可由 4、5 求得 $4''$ 、 $5''$ 和 $4'$ 、 $5'$ 。用同法可求得若干一般点。

③依次光滑连接各点的正面投影，即得双曲线的正面投影。

3. 平面与球相交

平面与球相交的截交线为圆。该圆的直径大小取决于截平面到球心的距离，截平面通过球心，截交线圆的直径最大（等于球的直径）。当截平面为某一投影面的平行面时，截交线在该投影面上的投影为圆，在其他两投影面上的投影积聚为直线。图 2-66 是求被正平面截切时的三视图。

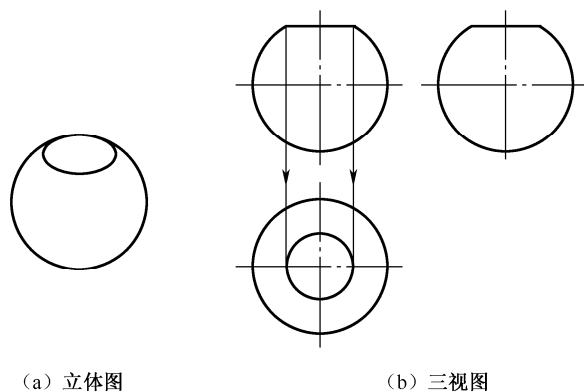


图 2-66 球的截交线

例 2-21 求作带切口槽的半球的三视图，如图 2-67 所示。

(1) 分析：半球上方的切口槽是由左右对称的两个侧平面和一个水平面组合截切而成的，各截平面与球面的交线都是圆弧，其半径为 R_1 和 R_2 。

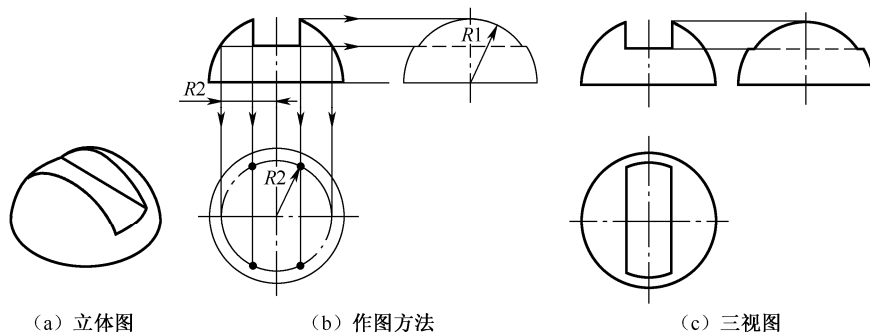


图 2-67 带切口槽的半球

(2) 作图。

①做出半球的三视图。

②在主视图上作切槽的投影：因切槽由两个侧面（侧平面）和一个底面（水平面）组成，在主视图上均积聚为直线。

③在左视图上作切槽的投影：切槽的两个侧面与球面的交线在左视图上为圆弧，半径 R_1 从主视图上量取；切槽底面在左视图上积聚为直线，中间部分不可见，画为虚线。

④在俯视图上作切槽的投影：切槽的底面与球面的交线在俯视图上为两段同半径的圆弧，半径 R_2 从主视图中量取；两侧面在俯视图上积聚为直线。

作图时应注意，左视图中球面的转向轮廓线在切槽部分被切去。

2.4.2 相贯线

相交的两立体称为相贯体，相交两立体的表面交线称为相贯线。两回转体的相贯线一般为空间曲线，特殊情况下为平面曲线或直线。

1. 相贯线的基本性质

(1) 共有性：相贯线是两立体表面的共有线，也是两立体表面的分界线。相贯线上的点是两立体表面的共有点。

(2) 封闭性：由于立体表面是封闭的，因此相交两立体的相贯线一般为封闭的。

2. 相贯线的画法

因相贯线是相交两立体的共有线，所以求相贯线实质上就是求两立体表面上的一系列共有点。

例 2-22 求两正交圆柱的相贯线，如图 2-68 所示。

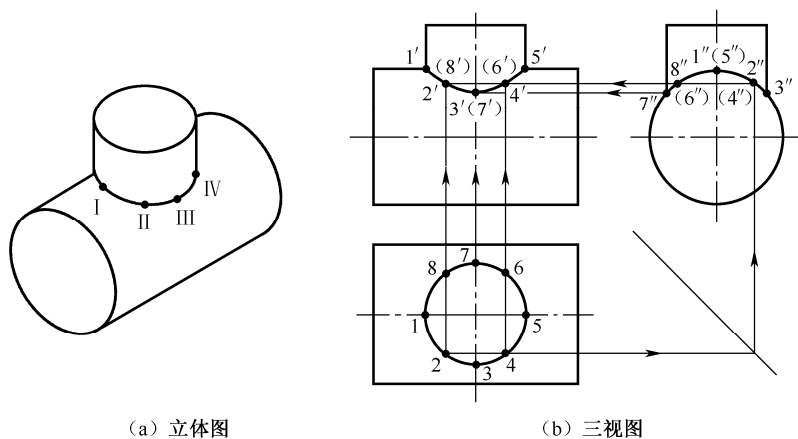


图 2-68 两正交圆柱的相贯线（一）

(1) 分析：两圆柱轴线垂直相交称为正交。这是一个直立圆柱和水平圆柱正交，其相贯线的水平投影和侧面投影分别积聚在它们的具有积聚性的圆上，已知相贯线的两面投影可求出其正面投影。由于相贯线前后、左右对称，所以在正面投影中，相贯线可见的前半部分和不可见的后半部分重合，且左右对称。

(2) 作图，如图 2-68 (b) 所示。

①求特殊点。I、V两点是相贯线上的最高点，也是相贯线上的最左点和最右点。它们的正面投影在两圆柱正面投影的转向轮廓线的交点上，可直接求得 $1'、5'$ ， $1、5$ 和 $1''、5''$ 。直立圆柱的侧面投影转向轮廓线与水平圆柱侧面投影圆的交点III、VI是相贯线上的最前点和最后点，其 $3、7$ 和 $3''、7''$ 可直接求出，再由 $3、7$ 和 $3''、7''$ 求得 $3'、7'$ 。

②求一般点。相贯线上的一般点可利用积聚性和投影关系求解，在水平投影和侧面投影中取 $2、4、6、8$ 和 $2''、4''、6''、8''$ ，然后就可求出 $2'、4'、6'、8'$ ，用同法求出若干一般点。

③依次连接各点即得相贯线的正面投影。

当小圆柱的直径逐渐增大，直至两圆柱直径相等时，相贯线的正面投影由曲线变成直线，如图 2-69 所示。

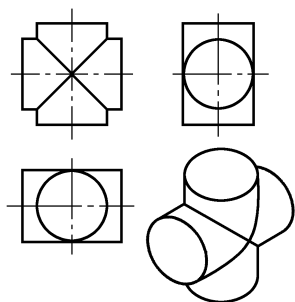
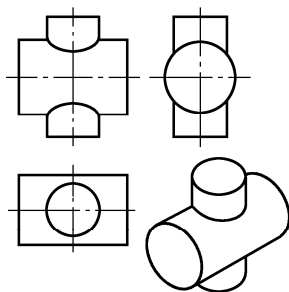
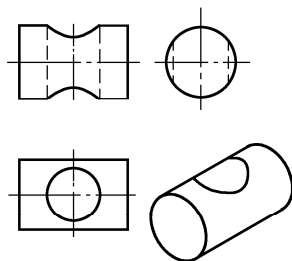


图 2-69 等径圆柱相交

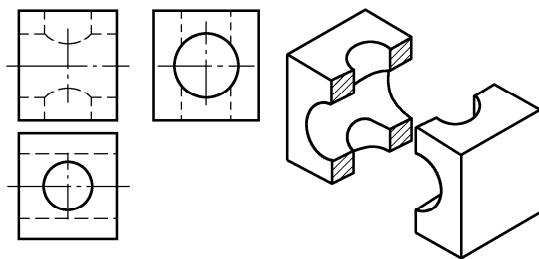
两圆柱相交是机械零件中常见的结构，除了上述两实心圆柱相交外，还有圆柱穿孔（见图 2-70（b））、两圆柱孔相交（见图 2-70（c））等。



(a) 圆柱相交（两外表面相交）



(b) 圆柱穿孔（一外表面和一内表面相交）



(c) 两圆柱孔相交（两内表面相交）

图 2-70 两正交圆柱的相贯线（二）

3. 相贯线的近似画法

当不等径的两圆柱相交时，其相贯线的投影可用圆弧代替，即用大圆柱的半径作圆弧代替，并向大圆柱轴线方向弯曲，如图 2-71 所示。

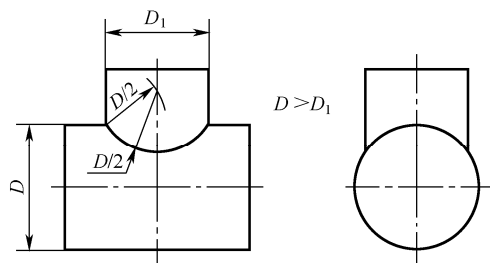


图 2-71 相贯线的近似画法

4. 相贯线的特殊情况

两回转体相交的相贯线一般为空间曲线。但在特殊情况下，也可能是平面曲线（圆或椭圆）或直线。

当两回转体具有公共轴线时，相贯线为垂直于轴线的圆，该圆在与轴线平行的投影面上的投影为直线，在与轴线垂直的投影面上的投影为圆的实线，如图 2-72 所示。

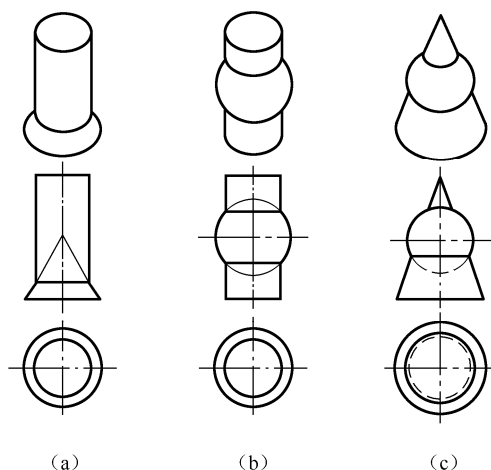


图 2-72 相贯线的特殊情况（一）

当两圆柱体轴线平行或两圆锥共顶相交时，相贯线为直线，如图 2-73 所示。

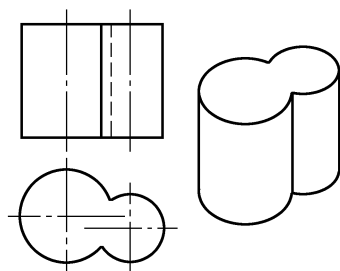


图 2-73 相贯线的特殊情况（二）

复习思考题

1. 投影法有哪几类？正投影的原理是什么，有何特点？
2. 简述三视图的形成过程。三视图有何特性？
3. 点的三面投影之间有何规律，如何作点的投影？
4. 相对于投影面，直线有哪几类，其投影各有何特点？
5. 相对于投影面，平面有哪几类，其投影各有何特点？
6. 常见基本体有哪些，其投影各有何特点，如何作其三面投影？
7. 什么叫截交线？什么叫相贯线？各有何特性？如何求作平面立体和曲面立体的截交线？如何求作圆柱与圆柱、圆柱与圆锥、圆柱与圆球正交相贯的相贯线？