

## 实验三 杨氏模量的测量

### 【实验简介】

在生产和科学研究中，常常根据使用条件选择不同力学性能的材料。弹性模量（亦称杨氏模量）是固体材料的一个重要物理参数，它表征固体对于拉伸或压缩形变的抵抗能力。测定材料的杨氏弹性模量的方法很多，其中静态拉伸法是测定金属材料弹性模量的一种传统方法，这种方法拉伸实验荷载大，加载速度慢，存在弛豫过程，对于脆性材料和不同温度条件下的测量难以实现，但作为教学实验，该方法在仪器合理配置、误差分析和长度的放大测量等方面有着普遍意义。动力学法是测定弹性模量的另一种方法，它可以克服拉伸法的不足之处，是目前国际上应用广泛的一种测量方法，也是国家标准中推荐采用的一种测量方法。本实验采用拉伸法测定杨氏模量。从测量方法、仪器调整到数据处理都具有代表性，是力学实验中很典型的实验。

### 【实验目的】

- (1) 掌握用光杠杆测量微小伸长量的原理和调整方法。
- (2) 了解杨氏弹性模量的定义。
- (3) 学会用逐差法处理数据。

### 【实验仪器】

- (1) YMC-1 型杨氏模量测定仪一套。
- (2) 光杠杆、望远镜、标尺和支架系统一套。
- (3) 螺旋测微器（1件）、直尺（1件）、钢卷尺（1件）、1kg 的磅秤砝码 10 只。

### 【实验原理】

#### 1. 杨氏弹性模量

任何固体在外力作用下都要发生形变。当外力撤除后物体能够完全恢复原状的形变，称为弹性形变，如果加在物体上的外力过大，以致外力撤除后物体不能完全恢复原状而留下残余形变，称为范性形变。本实验只研究弹性形变。

设钢丝截面积为  $S$ ，长为  $L$ ，在外力  $F$  的作用下伸长  $\Delta L$ ，根据胡克定律，在弹性范围内，正应力  $\sigma = \frac{F}{S}$  与线应变  $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$  成正比<sup>①</sup>，即

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (3-1)$$

式中比例系数  $E$  的大小取决于材料的性质，称为材料的杨氏弹性模量。杨氏弹性模量是描写

---

<sup>①</sup> 应变表示材料受外力作用后长度的相对变化量；应力表示材料单位截面积受到的作用力。

固体材料自身弹性（抵抗形变能力）的重要物理量，是工程技术中常用的参量。式（3-1）可以改写为

$$E = \frac{F}{S} \cdot \frac{L}{\Delta L} = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (3-2)$$

式中  $d$  为钢丝直径。

可见，只要测量外力  $F$ 、金属丝的原长度  $L$ 、直径  $d$  和长度变化量  $\Delta L$ ，就可以计算出杨氏弹性模量。其中， $F$ 、 $L$  和  $d$  都是比较容易测量的，惟有  $\Delta L$  因为很小，用一般的量具不易准确测量。本实验采用光杠杆镜尺组进行长度微小变化量  $\Delta L$  的测量，这是一种非接触式的长度放大测量的方法。

## 2. 光杠杆的放大原理

实验装置如图 3-1 所示，待测钢丝上端夹紧，固定在顶梁  $A$  上，下端连接圆柱夹头  $C$ ，圆柱体  $C$  穿过一个固定平台  $B$  的圆孔，能够随金属丝的伸缩而上下移动。光杠杆  $M$ （平面镜）下面的前足放在平台前沿槽内，后足放在圆柱体  $C$  的上端。调节支架底座的三个地脚螺丝，观察水准仪气泡，可使钢丝铅直。圆柱体  $C$  的下端挂有砝码挂钩，当砝码钩上增加（或减少）砝码时，钢丝将伸长（或缩短） $\Delta L$ ，光杠杆的后足也随圆柱体  $C$  下降（或上升），以前两足连线为轴转过角度  $\theta$ 。根据旋转角度  $\theta$ ，即可算出  $\Delta L$ 。

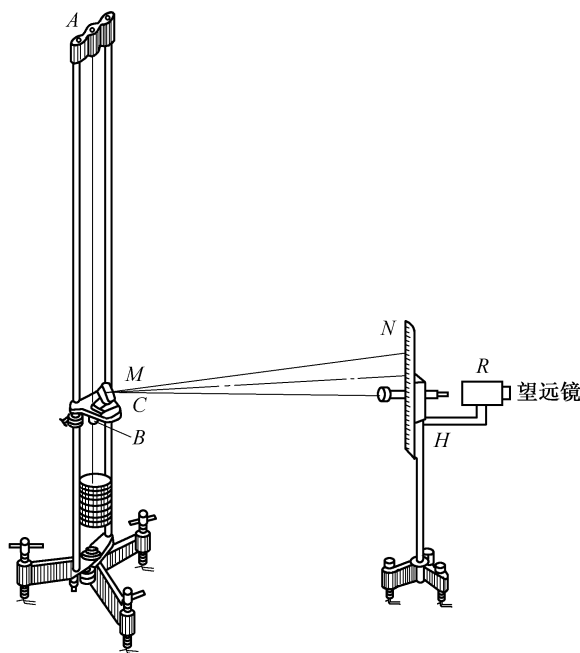


图 3-1 杨氏模量测量装置

光杠杆镜架上的平面镜竖直放置，镜面到竖直标尺的距离为  $D$ ，光杠杆前后足尖的垂直距离为  $l$ ，调节标尺旁的望远镜，从望远镜中可以看清平面镜内标尺刻度的像，由望远镜中的叉丝横线读出标尺的刻度值。设没有加砝码时刻度值为  $x_0$ ，加砝码后读数为  $x_1$ ，在此期间钢丝长度变化为  $\Delta L$ ，平面镜偏转角度为  $\theta$ ，如图 3-2 所示。

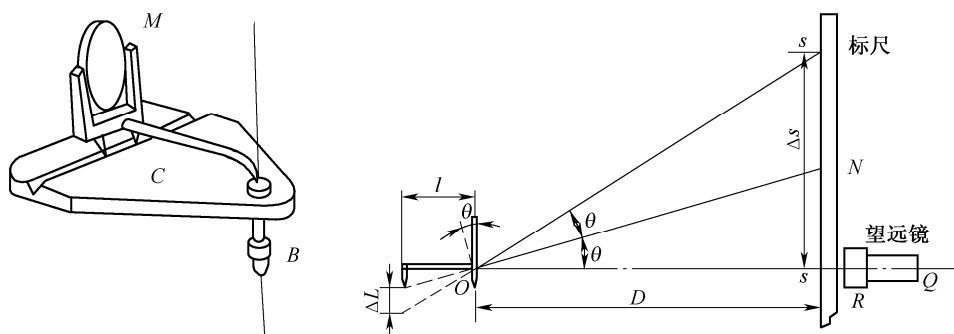


图 3-2 光杠杆放大原理

因为  $\theta$  角很小 ( $\theta < 5^\circ$ ), 故有

$$\tan \theta \approx \sin \theta \approx \frac{\Delta L}{l} \quad (3-3)$$

$$\tan 2\theta \approx \sin 2\theta \approx \frac{\Delta x}{D} \quad (3-4)$$

由 (3-3)、(3-4) 两式消去  $\theta$  可得

$$\Delta L = \frac{l}{2D} \cdot \Delta x \quad (3-5)$$

由此可见, 光杠杆的作用是将微小的长度变化量  $\Delta L$  放大为标尺上的相应位移  $\Delta x$ , 把  $\Delta L$  放大了  $\frac{2D}{l}$  倍。通过  $D$ 、 $l$ 、 $\Delta x$  这些比较容易测准的量间接地测量出  $\Delta L$ 。

将 (3-5) 式代入 (3-2) 式可得

$$E = \frac{8mgLD}{\pi d^2 l \Delta x} \quad (3-6)$$

## 【实验内容】

### 1. 杨氏模量测定仪的调整

(1) 调节杨氏模量测定仪的底脚螺丝, 观察中间的水准仪, 使气泡位于正中心, 此时立柱处于垂直状态。

(2) 将钢丝上端夹住, 下端穿过钢丝夹子和砝码相连, 避免钢丝夹与平台相碰发生摩擦。

(3) 将光杠杆放在平台上, 两前足位于平台上的横槽中, 主杆后足放在钢丝夹的平面端。调节平台的上下位置, 尽量使三足在同一个水平面上。

### 2. 光杠杆及望远镜直横尺的调节

(1) 在杨氏模量测定仪前方约 2 米处放置望远镜直横尺, 调整望远镜与平面镜等高, 望远镜光轴线垂直于平面镜, 刻度尺面和平面镜镜面平行。

(2) 调节望远镜目镜, 使十字叉丝清晰且水平。

(3) 用眼睛在望远镜上侧瞄准平面镜, 并根据反射定律上下左右移动望远镜, 直到在平面镜中央能看到标尺的像, 使望远镜上侧的缺口、准星与标尺的像在同一直线上。

(4) 眼睛移入望远镜目镜观察。细调望远镜物镜焦距（调焦手轮），使标尺在望远镜中成像清晰，并且标尺刻度线与叉丝平行，眼睛上下晃动，刻度线与叉丝无相对移动。

(5) 若发现视场内刻度尺读数上、下清晰度不一样，可通过调整望远镜轴线或调节平面镜的俯仰角度解决。

### 3. 测量

(1) 将砝码托盘挂在下端，再放上一个砝码成为本底砝码，拉直钢丝，然后再放入一个砝码，记下此时望远镜中所对应的标尺读数  $x_1$ 。

(2) 顺次增加 1kg 砝码，并记录望远镜中标尺读数  $x_2$ 、 $x_3$ 、……、 $x_8$ （此时砝码托盘上的砝码数量为 9 个），放入最后一个砝码，不读数，然后取下，记录此时读数为  $x'_8$ ，再依次减少 1kg，分别记录望远镜中标尺读数  $x'_7$ 、 $x'_6$ 、……、 $x'_1$ （此时砝码盘上还剩余 2 个砝码）。

(3) 用钢卷尺测量钢丝原长  $L$ 。

(4) 用钢卷尺测量标尺到平面镜之间的距离  $D$ 。

(5) 用螺旋测微器测量钢丝直径  $d$ ，变换位置测五次（注意不能用悬挂砝码的钢丝），求平均值。

(6) 将光杠杆在纸上压出三个足印，用直尺测量出光杠杆臂长  $l$ 。

### 【数据表格】

#### 1. 望远镜中标尺的读数（见表 3-1）

表 3-1 望远镜中标尺的读数

测量次数	砝码质量 $m$ (kg)	望远镜中标尺的读数		
		加砝码时 $x_i$ (cm)	减砝码时 $x'_i$ (cm)	平均值 $\bar{x}_i = \frac{x_i + x'_i}{2}$ (cm)
1	1			
2	2			
3	3			
4	4			
5	5			
6	6			
7	7			
8	8			

#### 2. 钢丝直径 $d$ 的测量（见表 3-2）

螺旋测微器的零点读数： $d_0 =$  \_\_\_\_\_ cm

表 3-2 直径的测量

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
$d$ (cm)						
$\Delta d$ (cm)						

## 3. 其他各单次测量值

$g = \underline{\hspace{2cm}}$  (查核当地重力加速度)

$D = \underline{\hspace{2cm}} \pm \Delta_D \underline{\hspace{2cm}}$  (cm)  $\Delta_D = 0.2\text{cm}$

$l = \underline{\hspace{2cm}} \pm \Delta_l \underline{\hspace{2cm}}$  (cm)  $\Delta_l = 0.05\text{cm}$

$L = \underline{\hspace{2cm}} \pm \Delta_L \underline{\hspace{2cm}}$  (cm)  $\Delta_L = 0.2\text{cm}$

逐差法处理数据:

$$\Delta x_1 = |\bar{x}_5 - \bar{x}_1| = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\Delta x_2 = |\bar{x}_6 - \bar{x}_2| = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\Delta x_3 = |\bar{x}_7 - \bar{x}_3| = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\Delta x_4 = |\bar{x}_8 - \bar{x}_4| = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\bar{\Delta x} = \frac{1}{4}(\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4) = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

与之对应的  $F$  为:

$F = 4mg$ ,  $m$  是一个砝码的质量 ( $m=1\text{kg}$ )

$$\Delta_A = S_{\Delta x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (\Delta x_i - \bar{\Delta x})^2}{4(4-1)}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.05\text{cm}$$

$$\Delta_{\Delta x} = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\Delta_A = S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{5(5-1)}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.0005\text{cm}$$

$$\Delta_d = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$$

$$\bar{E} = \frac{32mgLD}{\pi \bar{d}^2 l \Delta \bar{x}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{N/m}^2$$

杨氏模量的相对不确定度:

$$E_E = \frac{\Delta E}{\bar{E}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\Delta x}}{\Delta \bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_D}{D}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

杨氏模量间接测量结果的合成不确定度:

$$\Delta E = \bar{E} \cdot E_E = \underline{\hspace{2cm}} \text{N/m}^2$$

杨氏模量测量结果的标准表达式:

$$E = \bar{E} \pm \Delta_E = \underline{\hspace{2cm}} \text{N/m}^2$$

### 【注意事项】

(1) 整个测量过程中的动作要轻，保持整个测量装置稳定。如果发生变动，必须重新调节，重新开始实验。

(2) 光杠杆的前面两足尖一定要放在 V 形槽内。

(3) 望远镜调焦时要细心，注意让分划线横线在标尺的中间部位。

(4) 加减砝码时动作要轻，注意口对口放置，防止叠放的砝码因质量分布不均而发生滑落。每一次加减砝码的间隔时间尽量保持相等。取放砝码时一定要轻拿轻放，避免摆动。

### 【思考题】

(1) 实验中如何快速调节好光杠杆系统？

(2) 实验时为什么先在砝码托盘上加 1kg 砝码当作荷重为零？

(3) 实验中为什么加砝码和减砝码时各记录一次相同荷重下的读数？

(4) 根据误差分析，要使本实验测量准确，关键应抓住哪几个量的测量，为什么？