

第3章 电阻电路的一般分析方法

本章重点

- 电路的图、树、树枝、连支、单连支回路、独立回路的概念。
- 掌握网孔电流法、回路电流法、节点电压法等分析方法，求解较复杂电路。
- 含有受控源及无伴电源电路的分析计算。

本章难点

- 根据电路的图、树，用回路电流法列写方程。
- 支路电流法、网孔电流法、回路电流法在电路含有无伴电流源及无伴受控电流源的分析。
- 支路电流法、节点电压法在电路含有无伴电压源及无伴受控电压源的分析。

本章学习复杂电阻电路的分析计算。电阻电路的分析是以电路中电压或电流为未知量，根据元件的 VCR 关系（VCR 定律）和基尔霍夫电压定律（KVL 定律）、基尔霍夫电流定律（KCL 定律）为理论依据，建立方程组，求解未知量，从而得到电路中未知电压或电流，并求电路中元件的功率。方法有：支路电流法、网孔电流法、回路电流法、节点电压法等分析方法，其中后三种方法较简便，要重点掌握。

3.1 电路的图

本节介绍一些图论的初步知识。图论是数学领域中的一个重要分支，其在电路中的应用称为网络图论。在电路分析中，以图论为数学工具选择电路的独立变量，列出电路的独立方程进而求解。网络图论用于结构较复杂的电路分析，也为利用计算机设计、计算、分析大规模电路奠定了基础。

3.1.1 图的概念

在数学图论知识中，图是由点和边构成的。应用于电路上，对于任何一个电路，其电路图是由节点和支路构成的，如果不考虑元件本身的性质，只考虑元件之间的连接关系，而用线段和点表示，就组成了电路的“图”。将电路中每一元件或一些元件的某种简单组合（串、并联）用一条线段（长、短、曲、直均可）来代替，这条线段称为支路。每一条支路的端点称为节点，节点允许是孤立的。由支路和点构成的集合，或者说由线段和点组成的图形，称为该电路的拓扑图，简

称图。通过电路的结构及其连接性质对电路进行分析和研究称为网络图论。

电路的图中支路和节点与电路图中的支路和节点是有区别的。“图”中的支路是一个抽象线段，各支路端点为节点，它可以是两条及以上支路的交汇点，也可以是一个孤立的节点，任何一条支路必须终止在节点上，若支路移去，允许有孤立节点存在；反之移去一个节点，必将与该节点连接的全部支路同时移去，无节点则无支路。电路图中的支路由具体元件和导线连接而成，是一个实体，节点是两条或两条以上支路的交汇点，支路连于两节点之间，无支路则无节点。电路的图相同，但电路图未必相同，因为每个支路上元件的性质不同。

若图中的支路按电流（或电压）正方向标示在线段上，这样的图称为有向图，即赋予支路方向的图称为有向图，未赋予支路方向的图称为无向图。

图的画法如下：①激励源可作为一个支路处理，用一根线段（弧线或曲线）表示；②激励源与电阻串联（或并联）组成一个复合支路，可用一根线段表示；③受控源同独立源处理；④一个或若干个无源元件串（并）联构成一条支路；⑤支路用 1, 2, 3……表示，节点用①, ②, ③……表示。如图 3.1 所示，其中 (a) 为电路图，(b)、(c)、(d) 为电路的图，(d) 为有向图。

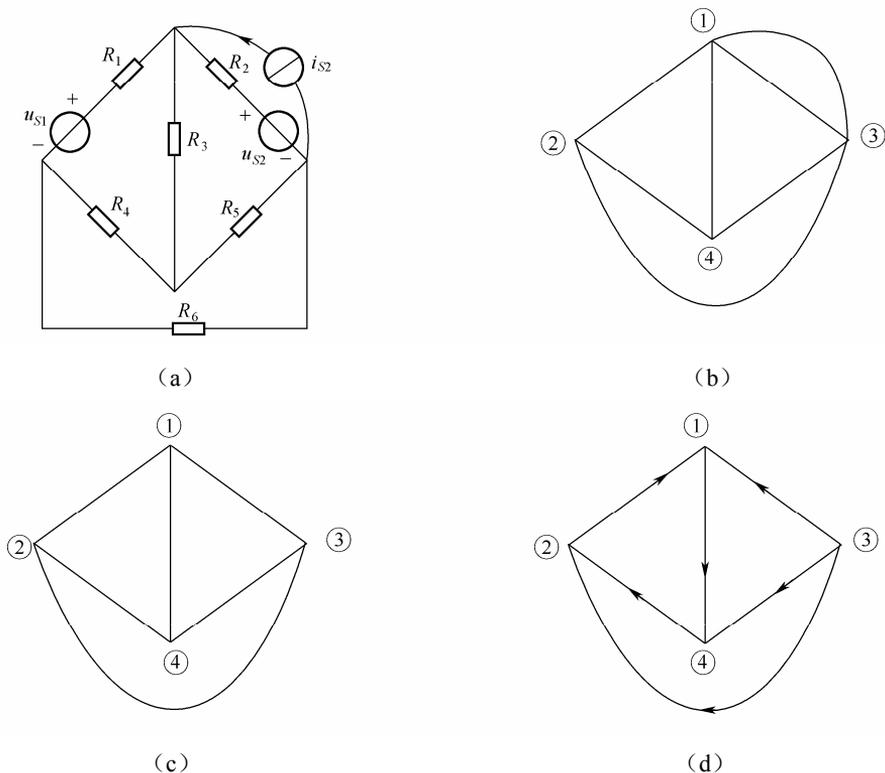


图 3.1 电路的图

3.1.2 KCL 和 KVL 方程的独立方程个数

由 KCL 定律和 KVL 定律列写方程时，与支路的元件性质无关。本节讨论如何利用电路的图列出 KCL 和 KVL 方程，并讨论方程的独立性。

(1) KCL 方程的独立性讨论

图 3.2 所示为一个电路的图，由 KCL 定律列出①、②、③、④等节点的 KCL 方程如下：

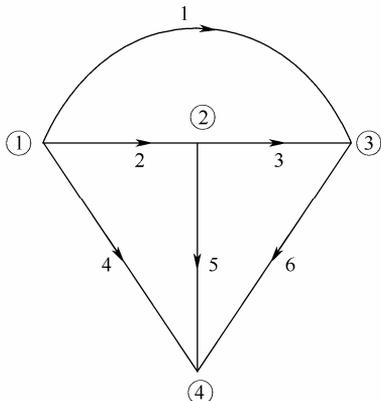


图 3.2 KCL 方程的独立方程数讨论

$$\text{KCL 方程的独立方程数} \quad \begin{cases} i_1 + i_2 + i_4 = 0 \\ -i_2 + i_3 + i_5 = 0 \\ -i_1 - i_3 + i_6 = 0 \\ -i_4 - i_5 - i_6 = 0 \end{cases}$$

将上述 4 个方程相加，等号两边均为零，说明 4 个方程并非都是独立方程，而将其中任何 3 个方程相加，必得第 4 个 KCL 方程，说明其中有三个方程是独立的，有一个是非独立的。

对于图 3.2，每个支路均连于两个节点之间，从一个节点流出为正，流入另一节点为负，4 个 KCL 方程列出后，每个支路电流均出现两次，一次为正，一次为负。所以将 4 个方程相加为零。任意前三个节点的 KCL 方程中（如节点①、②、④），除与第四个节点（如节点③）相连的电流只出现一次以外，其余电流均出现两次，一次为正，一次为负，将前三个方程相加，出现过一正一负的电流均相互抵消，只留下与第四个节点相连的支路电流，那么它即为第四个节点的电流方程，故它是非独立的，前三个方程是独立的。

推广到 n 个节点的电路， $n-1$ 个 KCL 方程是独立的，第 n 个方程为非独立的，对应独立 KCL 方程的节点称为独立节点，所以 n 个节点电路有 $n-1$ 个是独立节点，

可列写 $n-1$ 个独立的 KCL 方程。注意这 $n-1$ 个节点是任意选择的，独立与非独立都是相对而言的。

列写 KCL 独立方程的方法：①画出电路的有向图 G ；②选择 $n-1$ 个独立节点；③列写 $n-1$ 个 KCL 方程。

(2) 关于 KVL 方程的独立性讨论

对应独立的 KVL 方程的回路称为独立回路，它与支路的方向无关，故可由无向图来描述。为讨论独立性，将给出路径、连通图 G 、回路、树、树支、单连支、单连支回路等概念。

如图 3.3 所示电路。对于图 3.3 (a)，从图 G 的某一点出发，沿着一个或一些支路移动，到达另一节点或回到原出发点，这样一条或多条支路构成了一条路径。

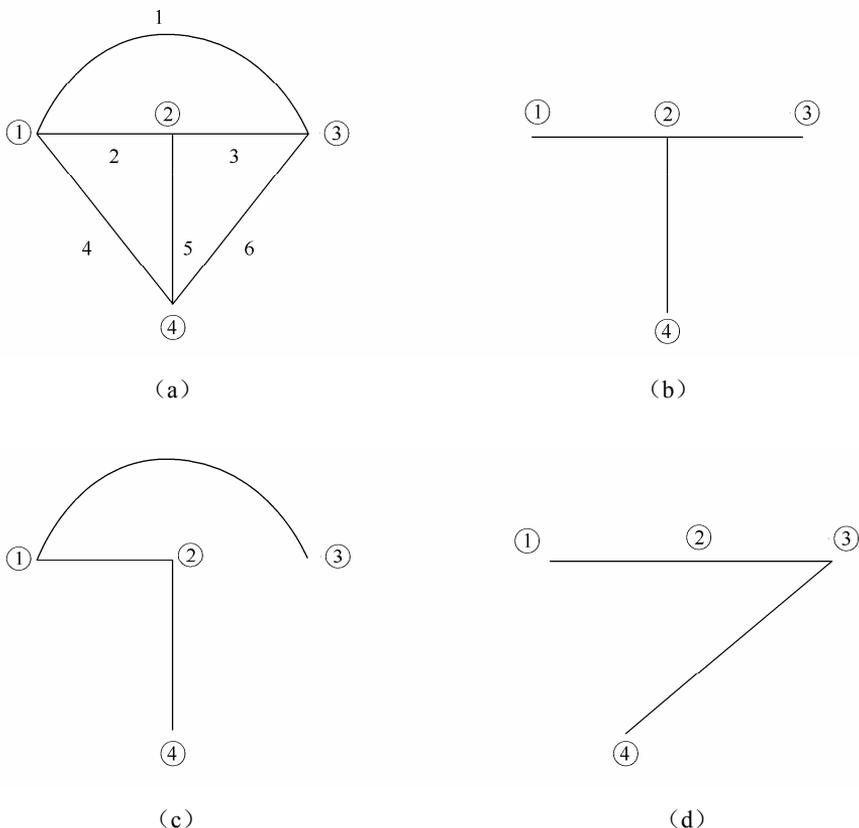


图 3.3 KVL 方程的独立方程数讨论

如果对于图 G 来说，任意两个节点之间至少有一条路径就称图 G 为连通图。从图 G 的某一节点出发，沿着一些支路和节点移动，最后又回到原出发点，形成闭合路径，该路径称为回路，回路中除起点和终点重合外，其他节点不出现重复，

如图 3.3 (a) 中支路 (2, 3, 1), (1, 4, 6), (1, 3, 5, 4), (2, 3, 6, 4) 等构成回路。 n 个节点 ($n=4$) 总共有 2^n (16) 个不同的回路, 但独立回路数远少于总回路数。为确定一组独立回路, 引入“树”的概念。

树 T 包含连通图 G 中的全部节点和部分支路, 但不包含回路, 而树 T 本身是连通的。对于图 3.3 (a) 的连通图, 图 3.3 (b)、(c)、(d) 画出了几种树, 一个连通图中共有树的种类 2^n 个。一个树 T 包含的支路称为这个树的树支, 连通图 G 中不属于这个树 T 的支路称为连支。由一个连支和树 T 中的若干树支构成一个回路, 称为单连支回路, 又称基本回路, 每个单连支回路仅含一个连支, 且这一连支不会出现在其他单连支回路中, 故单连支回路是独立回路, 由 l 个连支分别与树 T 构成 l 个单连支回路。由全部连支和这个树 T 形成的基本回路构成单连支回路组, 故基本回路数等于连支数, 等于独立回路数。

可以证明, 连支数 l = 独立回路数 = 基本回路数 = KVL 独立方程的个数。因为每个单连支回路中都包含一条也仅包含一条连支, 是其他连支回路所没有的, 故每出现一个新的基本回路, 就出现一个新的连支电流, 该连支电流就是独立的, 因而由每个基本回路所建立的关于该连支电流的 KVL 方程也是独立的。

可以证明, 树支数 = 独立节点数 $n-1$ = KCL 独立方程的个数。这是因为, 对于 n 个节点的电路, 除了第一个树支连于两节点之间, 以后每增加一个节点均出现一个新的树支, 且仅出现一个树支, 因为凡接有支路 (树支) 的节点之间不能再有支路连接, 否则构成回路, 违背树的定义, 增至第 n 个节点时, 树支数为 $n-1$ 个, 由于每增加一个新节点就出现一个新树支, 因而该节点的 KCL 方程又出现了一个新的支路电流, 是其他 KCL 方程中没有出现过的电流, 故该节点是独立节点, 对应的 KCL 方程也是独立的, 如图 3.4 所示。

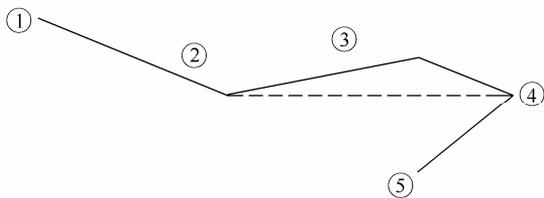


图 3.4 KCL 独立方程个数

由上分析可知, 一个具有 n 个节点、 b 条支路的电路, 其连通图 G 的树支数为 $n-1$ 个, 等于 KCL 独立方程的个数。图 G 的连支数为 l 个, 等于 KVL 独立方程的个数, 故独立回路数 $l = b - (n-1)$ 。

电路图有平面图和立体图之分。若一个电路画在平面上, 各条支路不会出现交叉但不相连的情况, 这样的图称为平面图。平面电路任一不包含支路的闭合回路称为网孔, 如图 3.3 (a) 所示共有 3 个网孔。网孔必定是回路, 但回路不一定是网孔。

可以证明：网孔数=独立回路数 $l = \text{KVL 独立方程的个数}$ 。

列写 KVL 独立方程的方法：①画出电路的图 G；②任意选一种树 T；③确定单连支回路组 l ；④由单连支回路组列写 KVL 方程。

例如图 3.5，图 (a) 是某电路的图，图 (b) 实线部分是所选择的树 T (1, 4, 5)，则 2, 3, 6 为连支， $l=3$ ，图 (c)、(d)、(e) 分别为各单连支回路，共 3 个，由此列写出 3 个独立 KVL 方程。

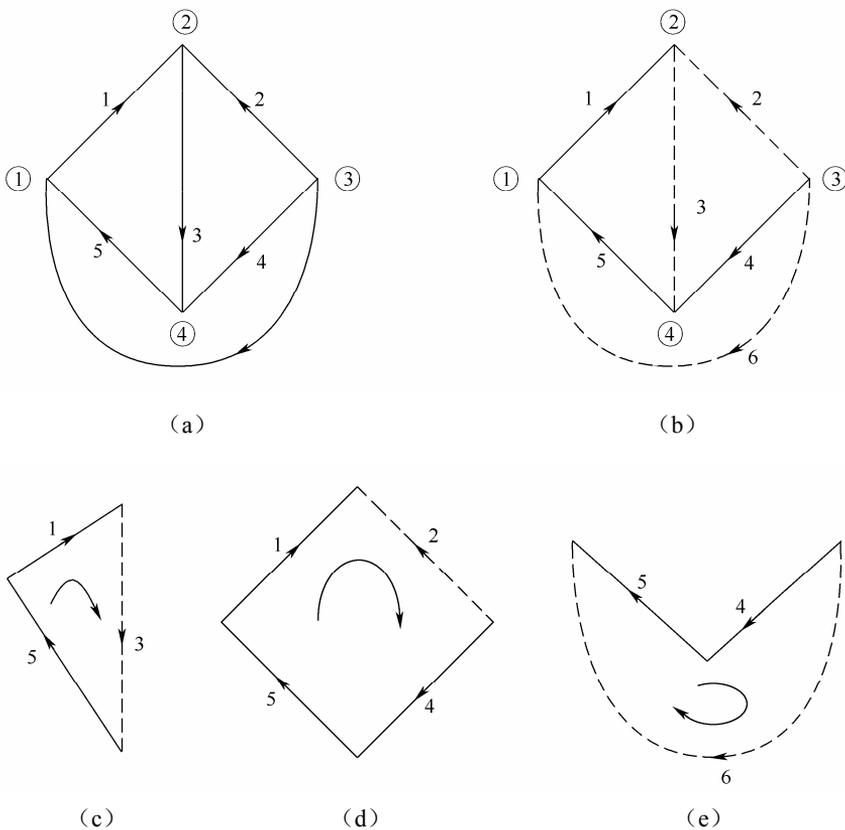


图 3.5 独立的 KVL 方程

$$\begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = 0 \\ u_1 - u_2 + u_4 + u_5 = 0 \\ -u_4 - u_5 + u_6 = 0 \end{cases}$$

3.2 支路电流法

支路电流法以支路电流为未知量，通过元件 VCR 关系用支路电流表示支路电

压, 列写 $n-1$ 个 KCL 独立电流方程及 $l=b-(n-1)$ 个 KVL 独立电压方程, 然后联立求解。 b 个支路电流共列 b 个方程, 支路电流数与独立方程个数相等, 故可求解各支路电流。支路电流法又称 1b 法。

已知元件参数及电源, 求解各支路电流。以图 3.6 (a) 所示电路为例说明支路电流法。

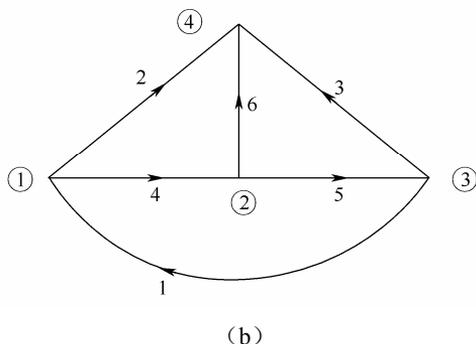
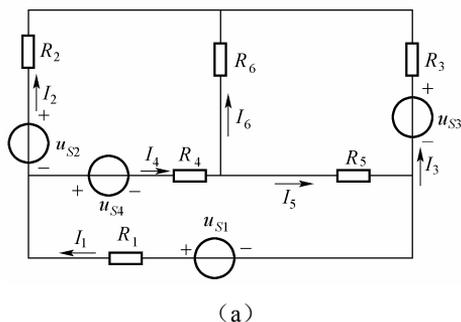


图 3.6 支路电流法

步骤如下: (1) 确定各支路电流 $I_1 \sim I_6$, 参考方向如图所示。

(2) 确定独立 KCL 方程个数。

独立节点数 $(n-1) = 4-1 = 3$ 个

确定独立 KVL 方程个数。

独立回路数为 $l = b - (n-1) = 3$ 个

(3) 选择独立节点①、②、③, 由 KCL 定律 $\sum I = 0$, 列写 $(n-1)$ 个 KCL 方程如下:

$$-I_1 + I_2 + I_4 = 0 \quad \text{①}$$

$$-I_4 + I_5 + I_6 = 0 \quad \text{②}$$

$$I_1 + I_3 - I_5 = 0 \quad \text{③}$$

(4) 由 KVL 定律 $\sum IR = \sum U_s$, 选取回路绕行方向, 列写 l 个 KVL 方程如下:

(本电路选取网孔为独立回路, 且绕行方向均设为顺时针方向)

$$I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = u_{S1} - u_{S4} \quad \text{④}$$

$$I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_6 R_6 = u_{S2} + u_{S4} \quad \text{⑤}$$

$$-I_3 R_3 - I_5 R_5 + I_6 R_6 = -u_{S3} \quad \text{⑥}$$

联立①~⑥求出支路电流 $I_1 \sim I_6$ 。

如果以支路电压为未知数, 通过 VCR 关系以支路电压表示支路电流, 列写 $(n-1)$ 个 KCL 方程及 $l = b - (n-1)$ 个 KVL 方程, 然后联立求解 b 个方程组的方法称为支路电压法 (又称 $1b$ 法)。

电压源若没有串联电阻, 该电压源称为无伴电压源; 电流源若没有并联电阻, 该电流源称为无伴电流源。若电路中含有无伴电流源, 在列写 KVL 方程时, 设该电流源电压为未知量, 增加一个新未知量, 则要增加一个新方程, 即建立该支路电流等于电流源的关系式, 未知量变为 $b+1$ 个, 方程也为 $b+1$ 个, 仍然可以求解。支路电流法简单, 但求解方程组较麻烦, 当电路复杂支路数多时, 需采用其他简便方法。

例 3-1 电路如图 3.7 所示, $R_1 = R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = R_5 = 8\Omega$, $R_6 = 2\Omega$, $u_{S3} = 20V$, $u_{S6} = 40V$ 。用支路电流法求解电流 I_5 。

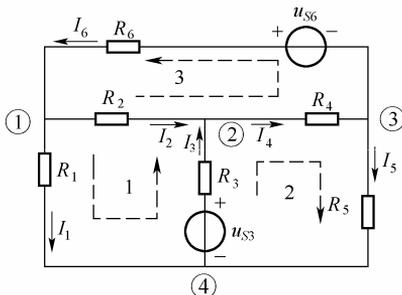


图 3.7 例 3-1 的图

解: 各支路电流参考方向如图 3.7 所示。

支路 $b = 6$, 独立节点 $n - 1 = 3$ 个, 独立回路 $l = 6 - 3 = 3$ 个。

需列写 3 个 KCL 方程及 3 个 KVL 方程。

选取独立节点①、②、③, 如图 3.8 所示, 由 KCL 定律:

$$I_1 + I_2 - I_6 = 0 \quad \text{①}$$

$$-I_2 - I_3 + I_4 = 0 \quad \text{②}$$

$$-I_4 + I_5 + I_6 = 0 \quad \text{③}$$

选取网孔 1、2、3 绕行方向, 由 KVL 定律:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = u_{S3} \quad \text{④}$$

$$I_3 R_3 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = u_{S3} \quad (5)$$

$$I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_6 R_6 = u_{S6} \quad (6)$$

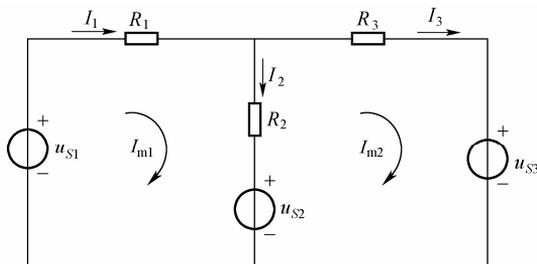
联立方程①~⑥，代入数据求解 $I_5 = -0.96\text{A}$ 。

3.3 网孔电流法

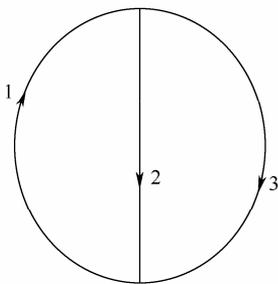
网孔电流法以网孔电流为未知数，由 KVL 定律列写 $l = b - (n - 1)$ 个关于网孔电流的独立方程，然后联立求解网孔电流，并由此求出各支路电流的方法。比支路电流法少 $n - 1$ 个方程，从而简化分析计算。适用于平面电路节点多、网孔少的情况。

3.3.1 网孔电流的概念

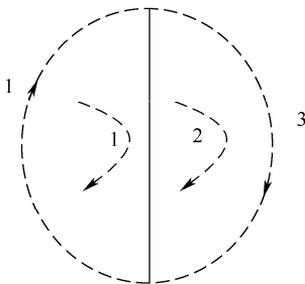
已知电路元件及参数，求解各支路电流或电压，电路如图 3.8 (a) 所示，如果用支路电流法求解，回路选顺时针绕向。



(a)



(b)



(c)

图 3.8 网孔电流法

由 KCL 定律对节点①:

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (3-1)$$

由 KVL 定律对回路 1:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = u_{S1} - u_{S2} \quad (3-2)$$

对回路 2:

$$-I_2 R_2 + I_3 R_3 = u_{S2} - u_{S3} \quad (3-3)$$

由 (3-1) 得: $I_2 = I_1 - I_3$, 代入 (3-2)、(3-3) 得:

$$\left. \begin{aligned} I_1 R_1 + (I_1 - I_3) R_2 &= u_{S1} - u_{S2} \\ -(I_1 - I_3) R_2 + I_3 R_3 &= u_{S2} - u_{S3} \end{aligned} \right\}$$

整理:

$$\left. \begin{aligned} I_1 (R_1 + R_2) - R_2 I_3 &= u_{S1} - u_{S2} \\ -I_1 R_2 + (R_2 + R_3) I_3 &= u_{S2} - u_{S3} \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

(3-4) 式可以这样考虑, 假设网孔 1 流过电流 $I_{m1} = I_1$, 网孔 2 流过电流 $I_{m2} = I_3$, 则支路 1 流过电流 I_{m1} , 支路 3 流过电流 I_{m2} , 支路 2 流过电流为 $I_{m1} - I_{m2}$, 式 (3-4) 由式 (3-1) 代入 (3-2)、(3-3) 得到, 故 (3-4) 中 KCL 定律自行满足。

3.3.2 网孔电流方程独立性讨论

从图论的观点分析, 如图 3.8 所示。由上面分析可知: ①设连通图如图 3.8 (b) 所示, 选 2 为树支, 则 1、3 为连支, 连支流过的电流即为网孔电流, 而树支流过的电流为网孔电流的代数和, 因而在列写 l 个 KVL 方程时 KCL 方程已自行满足; ②网孔是独立的, 是单连支回路, 故网孔电流方程也为独立方程, 网孔数=独立回路数 l , 故可由网孔电流方程求解电路。

各支路电流为: 非公共支路电流即为网孔电流 (该支路设为连支电流), 公共支路电流是相邻网孔电流在该支路上的代数和 (该支路设为树支电流), 所有支路电流均可由网孔电流求出。

3.3.3 网孔电流方程的一般形式

令 $I_1 = I_{m1}$, $I_3 = I_{m2}$, 将 I_{m1} 、 I_{m2} 代入式 (3-4) 可写为:

$$\left\{ \begin{aligned} (R_1 + R_2) I_{m1} - R_2 I_{m2} &= u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2 I_{m1} + (R_2 + R_3) I_{m2} &= u_{S2} - u_{S3} \end{aligned} \right. \quad (3-5)$$

从式 (3-5) 可以看出, 在列写 l 个 KVL 方程时, KCL 方程已自行满足。联立求解 I_{m1} 、 I_{m2} , 然后求出 I_1 、 I_2 、 I_3 。

称 $R_{11} = R_1 + R_2$ 为网孔 1 的自电阻, $R_{12} = -R_2$ 为网孔 2 对网孔 1 的互电阻, $R_{21} = -R_2$ 为网孔 1 对网孔 2 的互电阻, $R_{22} = R_2 + R_3$ 为网孔 2 的自电阻, 式 (3-5) 可写为:

$$\left\{ \begin{aligned} R_{11} I_{m1} + R_{12} I_{m2} &= \sum u_{S11} \\ R_{21} I_{m1} + R_{22} I_{m2} &= \sum u_{S22} \end{aligned} \right.$$

网孔电流方程的一般形式为:

$$\begin{cases} R_{11}I_{m1} + R_{12}I_{m2} + \cdots + R_{1m}I_{mm} = u_{S11} \\ R_{21}I_{m1} + R_{22}I_{m2} + \cdots + R_{2m}I_{mm} = u_{S22} \\ \cdots \cdots \\ R_{m1}I_{m1} + R_{m2}I_{m2} + \cdots + R_{mm}I_{mm} = u_{Smm} \end{cases} \quad (3-6)$$

共 m 个网孔电流方程。

式 (3-6) 可表述为:

本网孔电流 \times 自电阻+相邻网孔电流 \times 互电阻=本网孔中所有电源电压的代数和。

其中: 当两个网孔电流在互电阻中流过的方向相同时, 互电阻为正; 反之为负。电源电压与绕行方向相反为正; 相同为负。

自电阻均为正值, 网孔电流方向即为电压绕行方向, 所以自电阻均为正; 互电阻是正还是负, 要看相邻网孔电流在互电阻上流向与本网孔电流是否相同, 若相同, 则为正, 因电压顺网孔电流方向为正; 反之为负。若选网孔电流均为顺时针 (或逆时针), 则所有互电阻均为负值。

3.3.4 网孔法步骤

- (1) 确定各支路电流参考方向。设网孔电流方向, 网孔数共为 $l = b - (n - 1)$ 个。
- (2) 列写网孔电流方程。
- (3) 解方程求出网孔电流。
- (4) 由网孔电流求出各支路电流。

非公共支路 (单连支) 电流=网孔电流, 公共支路 (树支) 电流为各网孔电流的代数和。其中与该支路电流方向一致的网孔电流取 “+”, 反之取 “-”。

注意: ①当电路中存在电流源与电阻的并联组合时, 可以先将其等效变换为电压源与电阻的串联组合, 然后再按上述方法写方程; ②若电阻与电流源串联, 该电流源为无伴电流源, 处理方法见后; ③平面电路一般选网孔为独立回路, 无需再通过确定树来选择独立回路, 可以简化分析; ④以后列写回路电流方程时, 无需再做上面推导, 可按一般形式直接列写。

特别地, 无伴电流源及无伴受控电流源, 其端电压为未知量, 列写方程时增加一个未知量, 就需要建立一个新方程, 即建立电流源所在支路电流与网孔电流的关系式, 使方程数等于未知量个数, 从而才能求解方程。电路中若不含无伴电流源及受控源, 则网孔电流方程组的系数行列式是一个对称矩阵, 由此可以检验方程是否正确。

例 3-2 电路如图 3.9 所示, $R_1 = R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = R_5 = 8\Omega$, $R_6 = 2\Omega$, $u_{S3} = 20V$, $u_{S6} = 40V$, 用网孔法求解电流 I_5 。

解: 选网孔电流为 I_{m1} 、 I_{m2} 、 I_{m3} , 方向如图 3.9 所示。

由网孔电流法列方程如下:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)I_{m1} - R_2I_{m2} - R_3I_{m3} = u_{S3} \\ -R_2I_{m1} + (R_2 + R_4 + R_6)I_{m2} - R_4I_{m3} = u_{S6} \\ -R_3I_{m1} - R_4I_{m2} + (R_3 + R_4 + R_5)I_{m3} = -u_{S3} \end{cases}$$

代入数据，解得： $I_{m3} = 0.96\text{A}$

则 $I_5 = -I_{m3} = -0.96\text{A}$

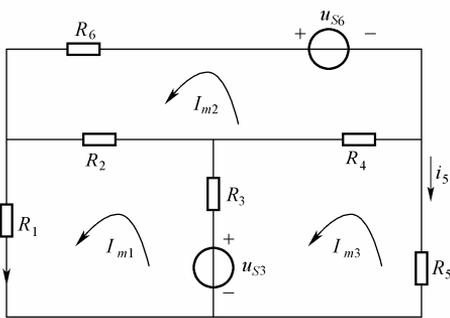


图 3.9 例 3-2 的图

3.4 回路电流法

回路电流法是以回路电流为未知数，列写一组 $l = b - (n - 1)$ 个独立的 KVL 方程，然后求解电路的方法。适用于平面或非平面电路，比支路电流法少列 $n - 1$ 个 KCL 方程。

3.4.1 回路电流的概念

上节网孔电流法假设网孔流过电流列写关于网孔电流的 KVL 方程，由于网孔是独立回路，所以网孔电流是独立变量，列写的网孔电流方程也是独立的，从而可以求解网孔电流。本节假设每个回路中流过电流，为使方程是独立方程，所选回路为单连支回路，假设该回路中流过的电流为回路电流，则连支电流即为回路电流。

3.4.2 关于回路电流方程独立性的讨论

由于单连支回路是独立回路，每个连支电流也是独立变量，不受其他回路电流即单连支回路电流制约，由连支回路组列写的关于连支电流即回路电流的 KVL 方程组也是独立方程组。

由图论知，对于 n 个节点 b 条支路的电路其连支数 $l = \text{独立回路数} = b - (n - 1)$ 个，连支流过回路电流，树支电流是流过该树支的所有回路电流即单连支电流的代数和，可由连支电流求出，故体现了 KCL 定律的制约关系，是非独立电流，共

有 $n-1$ 个。由此所有支路电流可由 l 个回路电流表示，列回路电流方程时，因可以用回路电流表示树支电流，已满足 KCL 方程，故只需列 l 个 KVL 方程即可。

3.4.3 回路电流方程的一般形式

电路如图 3.10 (a) 所示，3.10 (b) 为该电路的图，选 2、3、4 为树支，1、5、6 为连支， i_{l1} 、 i_{l2} 、 i_{l3} 为连支电流，如图 3.10 (c)、(d)、(e)、(f) 所示。

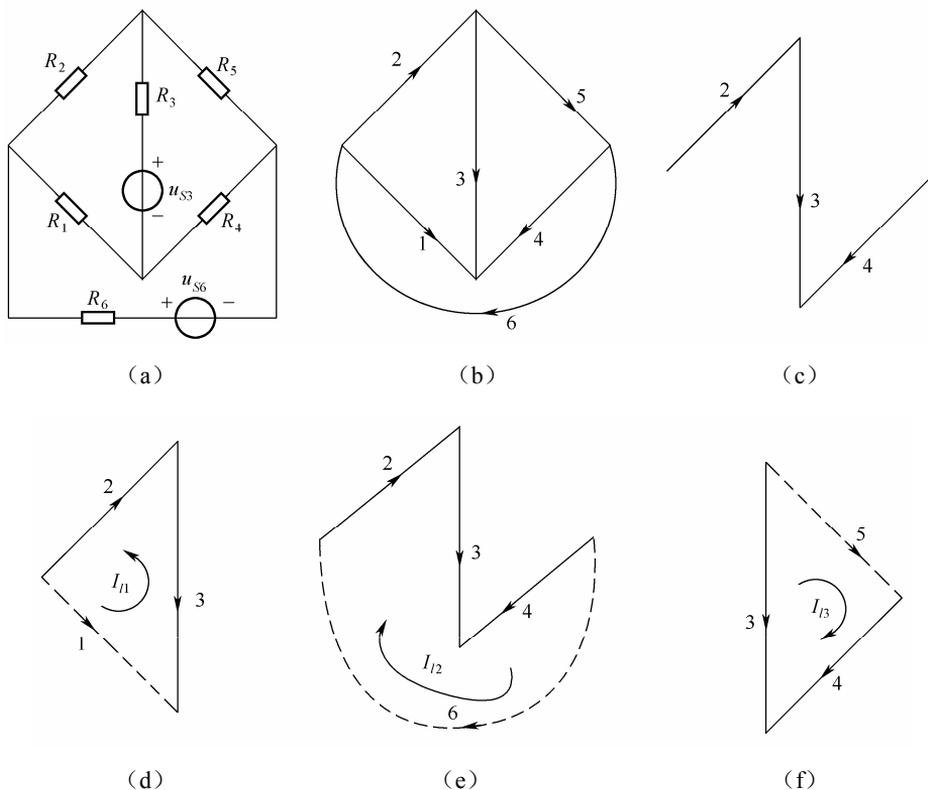


图 3.10 回路电流法

则连支电流 $I_1 = I_{l1}$ ， $I_5 = I_{l3}$ ， $I_6 = I_{l2}$ ，树支电流 $I_2 = -I_{l1} + I_{l2}$ ， $I_3 = -I_{l1} + I_{l2} - I_{l3}$ ， $I_4 = -I_{l2} + I_{l3}$ 。树选择的不同，则树支数和连支数也各不相同，而计算结果树支电流和连支电流也不一定相同，但各支路电流是一样的。

由 KVL 定律，对于回路 1、回路 2、回路 3 列写方程如下：

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)I_{l1} - (R_2 + R_3)I_{l2} + R_3I_{l3} = u_{S3} \\ -(R_2 + R_3)I_{l1} + (R_2 + R_3 + R_4 + R_6)I_{l2} - (R_3 + R_4)I_{l3} = u_{S6} - u_{S3} \\ R_3I_{l1} - (R_3 + R_4)I_{l2} + (R_3 + R_4 + R_5)I_{l3} = u_{S3} \end{cases} \quad (3-7)$$

求解 I_{l1} 、 I_{l2} 、 I_{l3} ，即可求出 $I_1 \sim I_6$ 支路电流。

设 $R_{11} = R_1 + R_2 + R_3$, $R_{12} = R_{21} = -(R_2 + R_3)$, $R_{13} = R_{31} = R_3$, $R_{22} = R_2 + R_3 + R_4 + R_6$, $R_{23} = R_{32} = -(R_3 + R_4)$, $R_{33} = R_3 + R_4 + R_5$, 其中 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 称为自电阻, 其余为互电阻, 如 $R_{21} = -(R_2 + R_3)$, 是相邻回路 1 的电流流过回路 2 的互电阻 $R_2 + R_3$ 时产生的电压, 与回路 2 电流方向即 KVL 方程的绕行方向相反, 故为“-”号。

自电阻均为正的, 互电阻的正或负要看相邻回路电流在公共支路的电阻上产生的电压, 是否与本回路电流方向一致, 若一致则为“+”, 反之为“-”。说明回路电流方向代表了 KVL 方程的绕行方向。

从上式(3-7)可以看出 KCL 定律在其内自行满足。对回路 2 有:

$$R_2(-I_{11} + I_{12}) + R_3(I_{12} - I_{13} - I_{11}) + R_4(I_{12} - I_{13}) + R_6 I_{12} = u_{S6} - u_{S3}$$

用支路电流法列写方程为:

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 + R_6 I_6 = u_{S6} - u_{S3}$$

与支路电流法比较, 在列写回路 2 的 KVL 方程时, 用到了 KCL 定律。 $I_2 = -I_{11} + I_{12}$, $I_3 = -I_{11} + I_{12} - I_{13}$, $I_4 = I_{12} - I_{13}$, 故 KCL 方程在其中自行满足, 比支路电流法少列 $n-1$ 个 KCL 方程。

回路电流方程的一般形式为:

$$\begin{cases} R_{11} I_{11} + R_{12} I_{12} + \cdots + R_{1l} I_{1l} = u_{S11} \\ R_{21} I_{11} + R_{22} I_{12} + \cdots + R_{2l} I_{1l} = u_{S22} \\ \cdots \\ R_{l1} I_{11} + R_{l2} I_{12} + \cdots + R_{ll} I_{1l} = u_{Sll} \end{cases} \quad (3-8)$$

其中 R_{11} , R_{22} , \cdots , R_{ll} 为自电阻, 分别为各回路所有电阻之和, R_{12} , R_{13} , \cdots , $R_{l(l-1)}$ 为互电阻, 是该回路与相邻回路的公共支路上所有电阻之和, u_{S11} , u_{S22} , \cdots , u_{Sll} 为回路 1, 2, \dots , l 中所有电压源的代数和, 其中与回路电流方向相同的电压源电压取“-”, 反之取“+”。

式(3-8)表述为:

本回路自电阻×本回路电流+互电阻×相邻回路电流=本回路上所有电压源的代数和。

注意: ①若电路中有电流源和电阻的并联组合, 可经过等效变换为电压源和电阻的串联组合; ②若电阻与电流源串联, 该电流源为无伴电流源, 处理方法见后; ③以后列写回路电流方程时, 无需再做上面推导, 可按一般形式直接列写; ④电路中若不含受控源及无伴电流源, 则回路电流方程组的系数行列式是一个对称矩阵, 由此可以检验方程是否正确。

回路电流法步骤:

(1) 确定各支路电流方向, 作电路的有向图。

(2) 选择一种树, 确定连支、树支及单连支回路组, 标示回路电流方向(即连支电流方向)。

(3) 列写 $l = b - (n - 1)$ 个回路电流方程。

(4) 解方程，求出 l 个回路电流。

(5) 求各支路电流。连支所在的支路电流等于该连支回路电流；树支所在的支路电流等于流过该树支的所有回路电流代数和，其中与树支方向一致者，回路电流取“+”，反之取“-”。

特别地，对于无伴电流源因其不能转换为电压源的形式处理，可设其端电压作为一个变量列入方程，并增加一个方程，建立无伴电流源所在支路与回路电流的关系式。也可采用简便方法：选无伴电流源所在支路为一连支，尽量避免列写该连支所在回路的回路电流方程。对于无伴受控电流源，建立 CCCS 的控制量电流（或 VCCS 的控制量电压）与回路电流的关系式。对于受控电压源用回路电流表示受控源电压，将其作为电源列于 KVL 方程右边，经整理后将回路电流写于方程左边。

对于平面电路尽量选取网孔作为回路。要注意的是列写回路电流方程，尽管未知量是电流，但方程是以电压为量纲的。

例 3-3 电路如图 3.11 (a) 所示， $I_s = 5A$ ，为无伴电流源，试用回路电流法列出电路的方程。

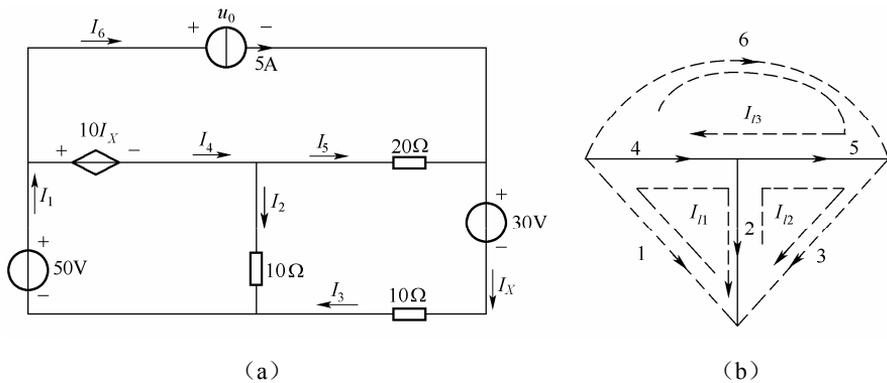


图 3.11 例 3-3 的图

解：各支路电流如图所示。

选 4、5、2 为树支，则 1、3、6 为连支，各回路电流方向如图 3.12 (b) 所示。

由回路电流法：

$$\text{对回路 1} \quad 10I_{l1} - 10I_{l2} = 50 - 10I_x \quad (1)$$

$$\text{对回路 2} \quad -10I_{l1} + (10 + 20 + 10)I_{l2} - 20I_{l3} = -30 \quad (2)$$

$$I_{l2} = I_x \quad (3)$$

$$I_{l3} = 5 \quad (4)$$

联立 (1) (2) (3) (4) 求解 I_{l1} 、 I_{l2} 、 I_{l3} 。

各支路电流 $I_1 = I_{l1}$ ， $I_2 = I_{l1} - I_{l2}$ ， $I_3 = I_{l2}$ ， $I_4 = I_{l1} - I_{l3}$ ， $I_5 = I_{l2} - I_{l3}$ ，

$$I_6 = I_3 = 5\text{A}。$$

上面分析中，把元件电流源 $I_S = 5\text{A}$ 所在支路选为一个连支，避开列写连支 6 所在回路 3 的回路电流方程，而受控电压源 $10I_X$ 用回路电流表示，其作为电压源列于等式右边。

另一解法：也可设 5A 无伴电流源的电压为 u_0 ，如图 3.11 (a) 所示，树支和连支选择与上面相同。

列写方程如下：

$$\begin{cases} 10I_{l1} - 10I_{l2} = 50 - 10I_X \\ -10I_{l1} + (10 + 20 + 10)I_{l2} - 20I_{l3} = -30 \\ -20I_{l2} + 20I_{l3} = -u_0 + 10I_X \\ I_{l2} = I_X \\ I_{l3} = 5 \end{cases}$$

3.5 节点电压法

节点电压法是以节点电压为未知量，列写 $n-1$ 个独立节点的 KCL 方程，然后求解电路的方法。适用于平面及非平面电路节点少、回路多的情况，比支路电流法少列 l 个方程。

3.5.1 节点电压的概念

我们知道电压与电位参考点的选取无关。每一支路连于两个节点之间，而支路电压即两节点电位之差，若选其中某一节点电位为参考电位，设为零电位，则另一节点到该点的电位即为节点电位，该节点电位也即支路电压大小。故节点电位也称为节点电压。所谓节点电压是指独立节点与参考点的电位之差。所有支路电压均可通过 KVL 方程建立与节点电位的关系，用节点电压表示，进而可表示所有支路电流。节点用①，②，③……等表示，节点电压用 u_{n1} 、 u_{n2} 、 u_{n3} 、 u_{n4} ……等表示。

电路如图 3.12 所示，设节点④为参考节点， $u_{n4} = 0$ ，则节点①，②，③为独立节点，则有：

$$u_1 = u_{n1} - u_{n4} = u_{n1}, \quad u_2 = u_{n2} - u_{n4} = u_{n2}, \quad u_3 = u_{n3} - u_{n4} = u_{n3}$$

$$\begin{aligned} \text{由 KVL 方程: } u_4 + u_2 - u_1 &= 0 & u_4 &= u_1 - u_2 = u_{n1} - u_{n2} \\ -u_2 + u_3 + u_5 &= 0 & u_5 &= u_2 - u_3 = u_{n2} - u_{n3} \\ -u_1 + u_3 + u_6 &= 0 & u_6 &= u_1 - u_3 = u_{n1} - u_{n3} \end{aligned}$$

由上可知，各支路电压 $u_1 \sim u_6$ 均可由节点电压表示，在此过程中，KVL 定律自行满足，所有支路电压由节点电压表示。列写 $n-1$ 个 KCL 方程时均用节点电压表示，无需再列写 KVL 方程，因此比支路电流法少列 $l = b - (n-1)$ 个方程。

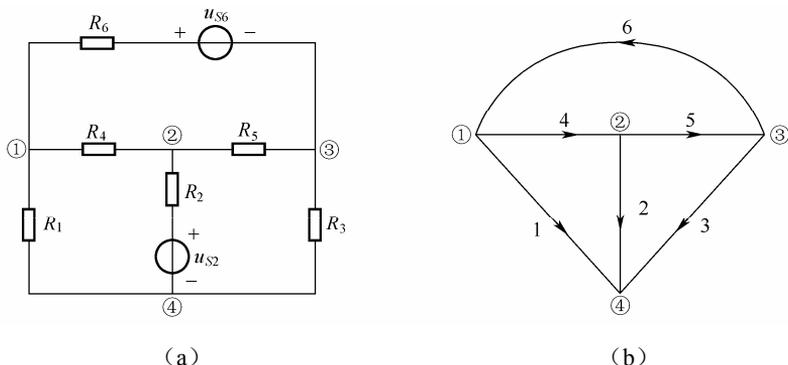


图 3.12 节点电压法

3.5.2 $n-1$ 个节点电压方程独立性讨论

前面已分析对于 b 条支路 n 个节点的电路, $n-1$ 个 KCL 方程是独立的, 由 $n-1$ 个节点电压根据 VCR 关系表示各支路电流, 所列 KCL 方程也是独立的, 而 $l=b-(n-1)$ 个支路电压是非独立的, 可由 $n-1$ 个节点电压 (支路电压) 求得, 而独立节点数恰好是 $n-1$ 个, 故可用独立的节点电压 (电位) 作为独立变量表示 $b-(n-1)$ 个支路电压。

3.5.3 节点电压方程的一般形式

用 $n-1$ 个 KCL 方程求解电流, 通过元件 VCR 关系式 (有源支路欧姆定律或无源支路欧姆定律), 用节点电压表示各支路电流, 然后代入 $n-1$ 个 KCL 方程中, 则 $n-1$ 个 KCL 方程就成为关于节点电压的方程。

由 VCR 关系可用节点电压表示各支路电流。

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{U_{n1}}{R_1} \\
 I_2 &= \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{n2} - U_{S2}}{R_2} \\
 I_3 &= \frac{U_{n3}}{R_3} \\
 I_4 &= \frac{U_4}{R_4} = \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_4} \\
 I_5 &= \frac{U_5}{R_5} = \frac{U_{n2} - U_{n3}}{R_5} \\
 I_6 &= \frac{U_6 + U_{S6}}{R_6} = \frac{U_{n3} - U_{n1} + U_{S6}}{R_6}
 \end{aligned} \tag{3-9}$$

由 KCL 定律, 对节点①、节点②、节点③列写方程如下:

$$\begin{cases} I_1 + I_4 - I_6 = 0 \\ I_2 - I_4 + I_5 = 0 \\ I_3 - I_5 + I_6 = 0 \end{cases} \quad (3-10)$$

将式(3-9)代入式(3-10)中,得:

$$\begin{cases} \frac{U_{n1}}{R_1} + \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_4} - \frac{U_{n3} - U_{n1} + U_{S6}}{R_6} = 0 \\ \frac{U_{n2} - U_{S2}}{R_2} - \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_4} + \frac{U_{n2} - U_{n3}}{R_5} = 0 \\ \frac{U_{n3}}{R_3} - \frac{U_{n2} - U_{n3}}{R_5} + \frac{U_{n3} - U_{n1} + U_{S6}}{R_6} = 0 \end{cases} \quad (3-11)$$

整理得:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) U_{n1} - \frac{1}{R_4} U_{n2} - \frac{1}{R_6} U_{n3} = \frac{U_{S6}}{R_6} \\ -\frac{1}{R_4} U_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) U_{n2} - \frac{1}{R_5} U_{n3} = \frac{U_{S2}}{R_2} \\ -\frac{1}{R_6} U_{n1} - \frac{1}{R_5} U_{n2} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) U_{n3} = -\frac{U_{S6}}{R_6} \end{cases} \quad (3-12)$$

写成电导形式:

$$\begin{cases} (G_1 + G_4 + G_6)U_{n1} - G_4U_{n2} - G_6U_{n3} = G_6U_{S6} \\ -G_4U_{n1} + (G_2 + G_4 + G_5)U_{n2} - G_5U_{n3} = G_2U_{S2} \\ -G_6U_{n1} - G_5U_{n2} + (G_3 + G_5 + G_6)U_{n3} = -G_6U_{S6} \end{cases} \quad (3-13)$$

$$\begin{aligned} \text{令} \quad G_{11} &= G_1 + G_4 + G_6 & G_{12} &= -G_4 = G_{21} & G_{13} &= -G_6 = G_{31} \\ G_{22} &= G_2 + G_4 + G_5 & G_{23} &= -G_5 = G_{32} & G_{33} &= G_3 + G_5 + G_6 \end{aligned}$$

其中 G_{11} 、 G_{22} 、 G_{33} 称为自电导,等于连于本节点上所有电阻倒数之和;其余为互电导,是本节点与相邻节点的公共支路上电阻倒数之和。自电导都是正的,因为本节点对参考点为正电位,连于本节点所有支路电流均向外流出,互电导均是负的,因为相邻节点对本节点的电位差使该支路电流流向本节点。

节点电压方程的一般形式为:

$$\begin{cases} G_{11}U_{n1} + G_{12}U_{n2} + \cdots + G_{1(n-1)}U_{n(n-1)} = I_{S11} \\ \cdots \cdots \\ G_{(n-1)n}U_{n1} + G_{(n-2)n}U_{n2} + \cdots + G_{(n-1)(n-1)}U_{n(n-1)} = I_{S(n-1)(n-1)} \end{cases} \quad (3-14)$$

共列写 $n-1$ 个节点电压方程。

式(3-14)表述为:

本节点电压×自电导+相邻节点电压×互电导=汇于本节点所有电流源的代数和其中指向本节点的电流源为“+”,反之为“-”。有伴电压源电压方向背离本

节点者为“+”，反之为“-”。

注意：①若电路中有电压源和电阻的串联组合，可经过等效变换为电流源与电阻的并联组合；②若电阻与电压源并联，该电压源为无伴电压源，处理方法见后；③以后列写节点电压方程时，无需再推导，可按一般形式直接写出。④尽管节点电压是未知量，节点电压方程中方程式各量纲为电流；⑤电路中不含受控源和无伴电压源，则上述方程的系数行列式为对称矩阵。

弥尔曼定律：对于两个节点多个回路的电路（如图 3.13 所示）。

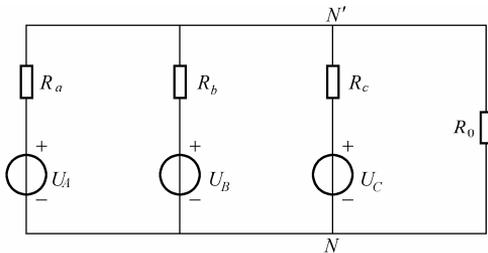


图 3.13 弥尔曼定律

用节点电压法写出方程：

$$U_{N'N} = \frac{G_a U_A + G_b U_B + G_c U_C}{G_a + G_b + G_c + G_0} \quad (3-15)$$

式 (3-15) 称为弥尔曼定律。

其中 $G_0 = \frac{1}{R_0}$, $G_a = \frac{1}{R_a}$, $G_b = \frac{1}{R_b}$, $G_c = \frac{1}{R_c}$ 。

节点电压法的步骤：

- (1) 确定各支路电流的参考方向。
- (2) 选取参考节点和 $(n-1)$ 个独立节点，并标号①, ②……。
- (3) 列写 $n-1$ 个节点电压方程。
- (4) 解方程求出节点电压。
- (5) 求各支路电压。

最后可由 KCL 定律验证结果的正确性。

参考节点的选取是任意的，余下的 $n-1$ 个节点则是独立节点，独立与非独立是相对而言的，一般选公共支路交叉多的节点作为参考点，可简化分析。

特别地，无伴电压源因电压源支路没有串联电阻，不能转换为电流源并联形式，因此对于无伴电压源及无伴受控电压源的处理，可增设一个新的未知电流变量，同时增加一个新方程，建立节点电压与无伴（受控）电压源的关系。使方程数与未知量个数相同，才能解出方程。也可采用简便方法，对于无伴电压源及无伴受控电压源，尽量避免列写其所连节点的节点电压方程，并增加一个新方程，建立节点电压与无伴电压源的关系，或建立节点电压与无伴受控电压源电压的关

系式。对于无伴受控电流源则要建立节点电压与受控电流源电流的关系式。

例 3-4 用节点电压法求图 3.14 电路中的电流 I_2 、 I_3 。

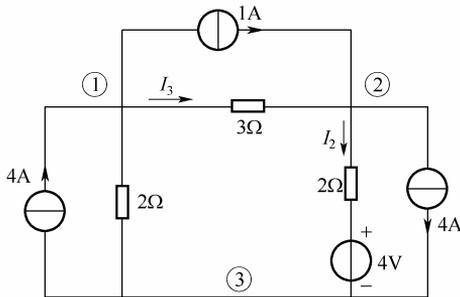


图 3.14 例 3-4 的图

解：电路如图 3.14 所示。选节点③为参考节点，①、②为独立节点，设 U_{n1} 、 U_{n2} 为节点电压。

由节点电压法，写出节点电压方程如下：

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)U_{n1} - \frac{1}{3}U_{n2} = 3 \\ -\frac{1}{3}U_{n1} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)U_{n2} = -1 \end{cases}$$

整理得
$$\begin{cases} 5U_{n1} - 2U_{n2} = 18 \\ -5U_{n1} + 5U_{n2} = -6 \end{cases}$$

解方程得
$$U_{n1} = \frac{78}{21} \text{ V} \quad U_{n2} = \frac{6}{21} \text{ V} \quad I_3 = \frac{U_{n1} - U_{n2}}{3} = \frac{24}{21} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{n2} - 4}{2} = \frac{\frac{6}{21} - 4}{2} = -\frac{39}{21} \text{ A}$$

经验证满足①、②节点 KCL 定律。

例 3-5 用节点电压法列写图 3.15 所示电路的方程。

解：电路如图 3.15 所示。设 $U_{n4} = 0$ ，选①、②、③为独立节点。

由节点电压法，列写②、③节点方程如下：

$$\begin{cases} -\frac{1}{24}U_{n1} + \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{32} + \frac{1}{8}\right)U_{n2} - \frac{1}{8}U_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{8}U_{n2} + \frac{1}{8}U_{n3} = 0.15 - 0.5U_x \\ U_x = U_{n2} \\ U_{n1} = 20 \end{cases}$$

电压源 20V 为无伴电压源，避开列写节点①的 KVL 方程。

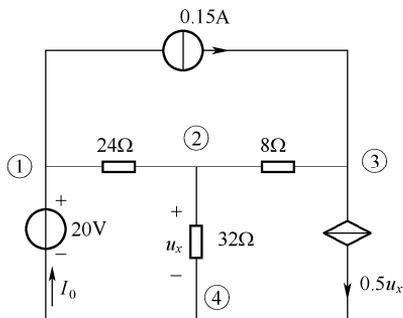


图 3.15 例 3-5 的图

方法二：设 20V 电压源流过电流为 I_0 ，列写①，②，③节点方程。

$$\begin{cases} \frac{1}{24}U_{n1} - \frac{1}{24}U_{n2} = I_0 - 0.15 \\ -\frac{1}{24}U_{n1} + \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{32} + \frac{1}{8}\right)U_{n2} - \frac{1}{8}U_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{8}U_{n2} + \frac{1}{8}U_{n3} = 0.15 - 0.5U_x \\ U_x = U_{n2} \\ U_{n1} = 20 \end{cases}$$

例 3-6 用节点电压法求图 3.16 所示电路的电压比值 $\frac{u_0}{u_1}$ 。

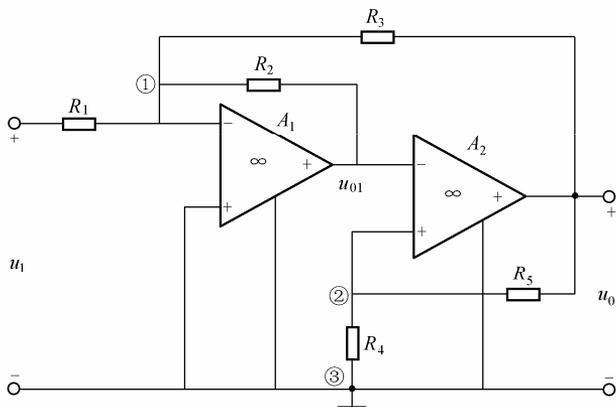


图 3.16 例 3-6 的图

解：用节点电压法。设 $U_{n3} = 0$ ，对节点①列写节点电压方程。

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)u^- - \frac{1}{R_2}u_{01} - \frac{1}{R_3}u_0 = \frac{u_1}{R_1} \quad (1)$$

由运放器的性质: $i^+ = i^- = 0$

$$u^+ = u^-$$

对运放器 A_1 还有: $u^+ = u^- = 0$

$$\text{式 (1) 可写为: } -\frac{1}{R_2}u_{01} - \frac{1}{R_3}u_0 = \frac{u_1}{R_1} \quad (2)$$

$$\text{对运放器 } A_2 \text{ 有: } u^+ = u^- = u_{01} = u_{R4} = \frac{R_4}{R_4 + R_5}u_0 \quad (3)$$

将式 (3) 代入 (2), 整理得:

$$\frac{u_0}{u_1} = -\frac{R_2 R_3 (R_4 + R_5)}{R_1 (R_2 R_4 + R_3 R_4 + R_2 R_5)}$$

方法二: 此题还可以用前面 (1.7 节) 所学的方法求解。

根据运放器的性质: $i^+ = i^- = 0$

$$u^+ = u^-$$

对运放器 A_1 还有: $u^+ = u^- = 0$ (1)

由 KCL 定律对节点①列写方程:

$$\frac{u_1 - u^-}{R_1} = \frac{u^- - u_{01}}{R_2} + \frac{u^- - u_0}{R_3} \quad (2)$$

$$\text{对运放器 } A_2 \text{ 有: } u^+ = u^- = u_{01} = u_{R4} = \frac{R_4}{R_4 + R_5}u_0 \quad (3)$$

将式 (1)、(3) 代入 (2), 整理得:

$$\frac{u_0}{u_1} = -\frac{R_2 R_3 (R_4 + R_5)}{R_1 (R_2 R_4 + R_3 R_4 + R_2 R_5)}$$

章节回顾

本章讨论线性时不变电阻电路的分析计算方法, 在列方程求解电路时, 知道如何列方程和列几个 KCL 方程及 KVL 方程合适。

1. 本章学习有关图的知识。为了求解电路中的电流和电压等未知量, 在列写电路方程时, 应用图的概念选择独立变量, 确定列写独立的 KCL 方程及 KVL 方程的个数。若不考虑元件本身的特性, 只考虑电路的连接关系即拓扑关系, 用一些线段和点组成的图形称为图, 它反映了电路的结构及连接性质, 应用拓扑约束特性即 KVL 定律、KCL 定律, 建立方程组, 从而求解未知量, 要掌握支路、节点、图与电路中的支路、节点、电路图的区别, 掌握有向图、连通图、回路、树、树枝、连支、单连支回路、网孔、平面电路的概念。

电路中支路和节点与电路的图中的树支与连支关系:

b 条支路中, 树支数 $(n-1)$ 个, 从而确定独立 KCL 方程的个数; 连支 l 个, 确定独立 KVL 方程个数。

支路数 $b =$ 树支数 $(n-1)$ +连支数 l

树支数=节点数 $n-1$

连支数 $l =$ 独立回路数=网孔数= $b-(n-1)$

2. 支路电流法和支路电压法是分析电路的基本方法, 设电路中支路数 b 为未知量个数, 根据 $n-1$ 个 KCL 方程组及 $l=b-(n-1)$ 个方程组联立求解电路, 是本章最简单的方法, 但当电路含多个支路时电路方程个数较多, 求解过程较麻烦, 因而不是最简便的方法。

3. 网孔法需要列写 $l=b-(n-1)$ 个网孔电流方程, 比支路电流法少列 $(n-1)$ 个方程, 此方法在列方程时 KCL 定律自行满足, 因所有支路电流均可用网孔电流表示, 适用于回路少、节点多的情况。网孔法适用于平面电路, 采用网孔法求解电路时无需作电路的图, 直接用网孔法列 m 个网孔电流方程, 解方程后再用网孔电流求解各支路电流。

4. 回路电流法适用于非平面或平面等任一种电路。需要列写 $l=b-(n-1)$ 个回路电流方程, 比支路电流法少列 $n-1$ 个方程, 此方法在列回路电流方程时 KCL 定律自行满足。因所有支路电流均可以用回路电流表示。回路法在分析平面电路及非平面电路时, 要作出电路的图, 确定树、树支, 由若干个树支和一个连支构成单连支回路, 从而确定单连支回路组, 由此列写 l 个方程求解电路, 要注意无伴电流源、无伴受控电流源及受控电压源的处理方法。

5. 节点电压法需列写 $n-1$ 个节点电压方程, 比支路电流法少列 $l=b-(n-1)$ 个方程, 因在用节点电压表示所有支路电流时 KVL 定律自行满足。适用于节点少、回路多的情况, 采用节点电压法时无需作电路的图, 解出节点电压后再求出各支路电压及电流。

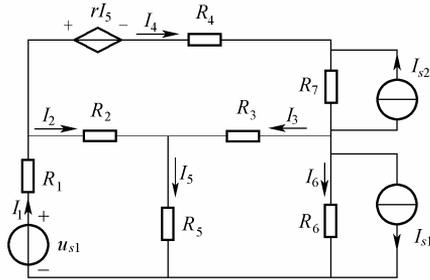
6. 无伴电源及无伴受控源的处理方法:

用支路电流法、网孔法及回路法分析电路时, 以 KVL 定律为基础列写, 当电路中含有无伴电流源及无伴受控电流源时, 因不能等效变换为电压源和电阻的串联形式, 需增设一个新的未知量电压表示其两端电压, 同时增加一个新的方程, 即建立该电流源电流与网孔电流或回路电流未知量的关系式; 或者设该支路为一连支, 避免列写该连支回路方程, 同时添加一个新的方程, 建立无伴受控电流源或无伴电流源与未知量网孔电流(回路电流)的关系式。

支路电流法、节点电压法以 KCL 方程为基础列写, 当电路中含有无伴电压源及无伴受控电压源时, 因不能等效变换为电流源和电阻的并联形式, 需增设一个新的未知量电流表示通过其电源的电流, 同时增加一个新的方程, 即建立该电流与节点电压的关系式; 或者避免列写该电源所连节点的节点电压方程, 并添加一个新方程, 即建立无伴电压源或无伴受控电压源与未知量节点电压的关系。

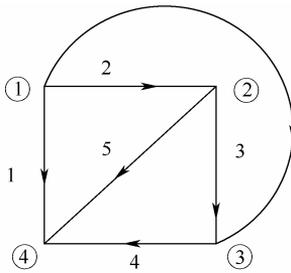
习题

3-1 题 3-1 图示电路标示了电流（电压）的参考方向，画出该电路的图，并求出支路数 b 、节点数 n 和基本回路数 l ，指出 KCL、KVL 独立方程数为多少？



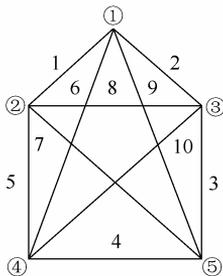
题 3-1 图

3-2 对题 3-2 图示电路画出 4 个不同的树，树支数分别为多少？



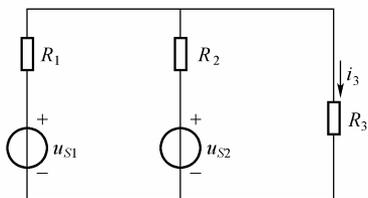
题 3-2 图

3-3 对题 3-3 图示的非平面图，设 (1) 选择支路 (1, 2, 3, 4) 为树；(2) 选择 (5, 6, 7, 8) 为树，问独立回路各为多少？求其 (独立) 基本回路组。



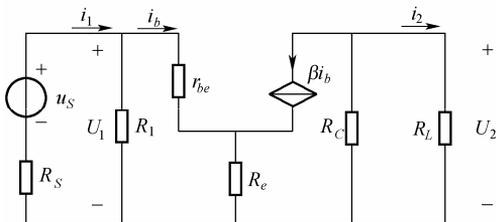
题 3-3 图

3-4 题 3-4 图示电路中, 已知 $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 20\Omega$, $U_{S1} = 10V$, $U_{S2} = 20V$, 求电流 i_3 , 并计算 R_3 的电压和其吸收的功率。



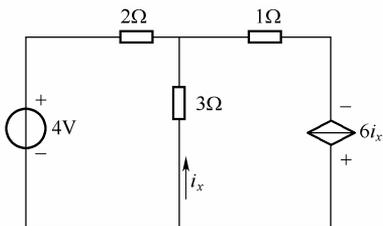
题 3-4 图

3-5 题 3-5 图示电路为晶体管放大器等效电路, 各电阻及 β 均为已知, 求电流放大倍数 $A_i \left(\frac{i_2}{i_1} \right)$ 和电压放大倍数 $A_u \left(\frac{u_2}{u_1} \right)$ 。



题 3-5 图

3-6 用支路电流法求题 3-6 图示电路中的电流 i_x 。

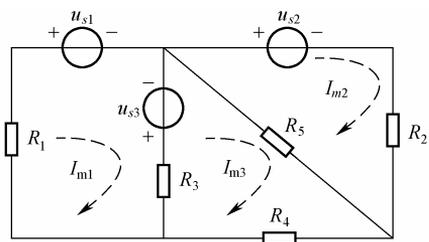


题 3-6 图

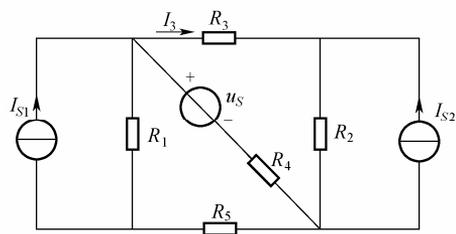
3-7 用网孔法求题 3-4 电路。

3-8 用网孔法列写题 3-8 图示电路中网孔电流方程。

3-9 已知题 3-9 图示电路中, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1\Omega$, $u_S = 20V$, $I_{S1} = 10A$, $I_{S2} = 5A$, 用网孔法求流过 R_3 的电流 I_3 。

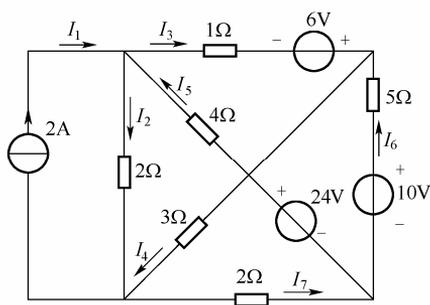


题 3-8 图



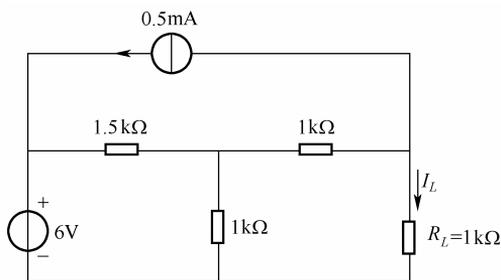
题 3-9 图

3-10 用网孔法列写题 3-10 图示电路的网孔电流方程。



题 3-10 图

3-11 用网孔法求题 3-11 图示电路电阻 R_L 上的电流 I_L 。



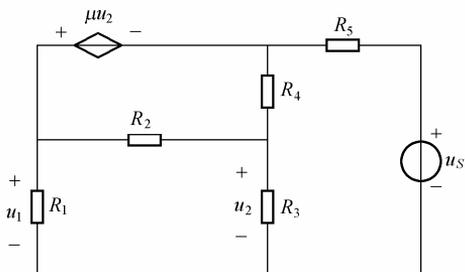
题 3-11 图

3-12 已知 $u_s = 5V$, $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 1\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $\mu = 2$ 。用网孔法求题 3-12 图示电路中 u_1 。

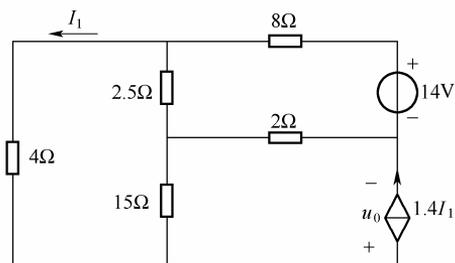
3-13 用回路电流法求题 3-11。

3-14 用回路电流法求解题 3-14 图电路中的电流 I_1 与电压 u_0 。

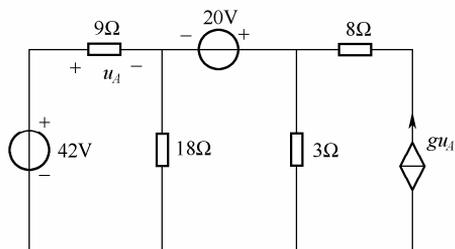
3-15 题 3-15 图示电路，其中 $g = 0.1s$ ，用网孔法求流过 8Ω 电阻的电流。



题 3-12 图



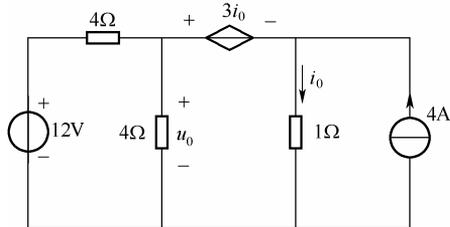
题 3-14 图



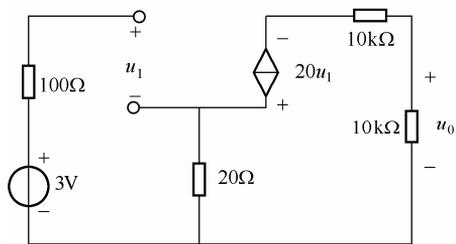
题 3-15 图

3-16 用回路电流法求解题 3-16 图示电路中电压 u_0 和电流 i_0 。

3-17 用回路电流法求题 3-17 图示电路中电压 u_0 。

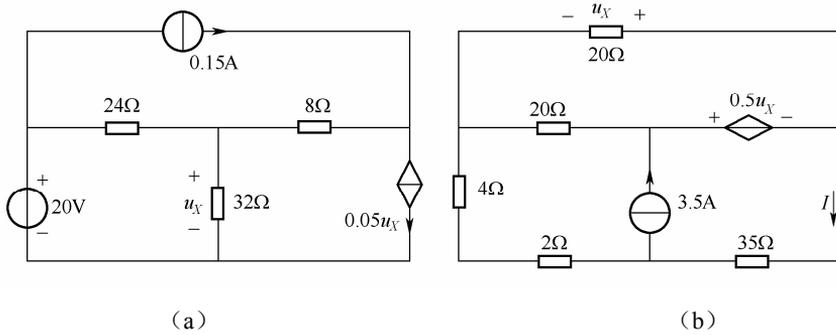


题 3-16 图



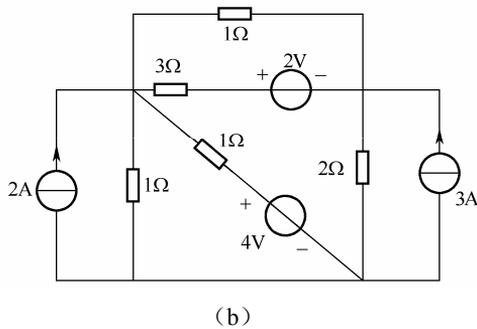
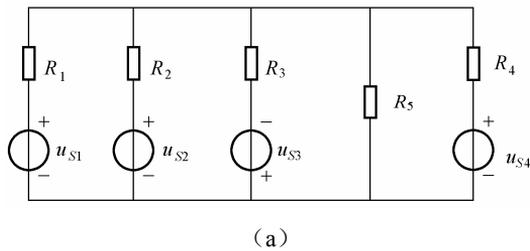
题 3-17 图

3-18 用回路法求题 3-18 图示电路 (a) 中 u_X 及 (b) 中 I 。



题 3-18 图

3-19 列出题 3-19 图示电路 (a)、(b) 的节点电压方程。

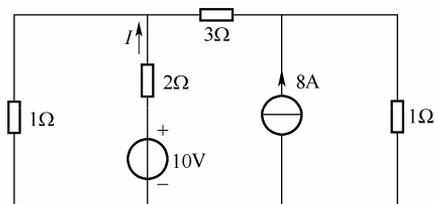


题 3-19 图

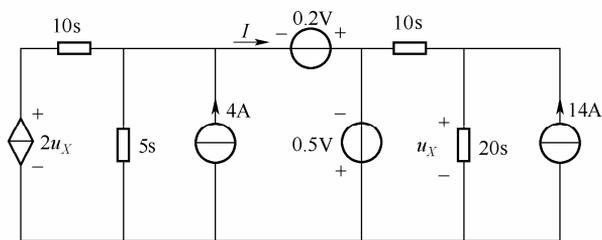
3-20 用节点电压法求题 3-16。

3-21 用节点电压法求题 3-18。

3-22 求题 3-22 图示 (a)、(b) 电路中电流 I 。



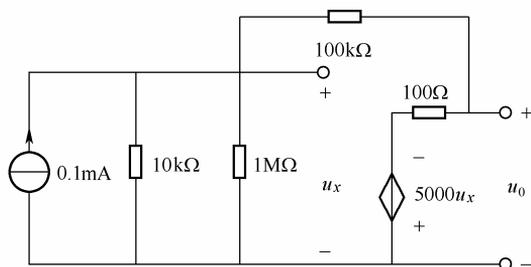
(a)



(b)

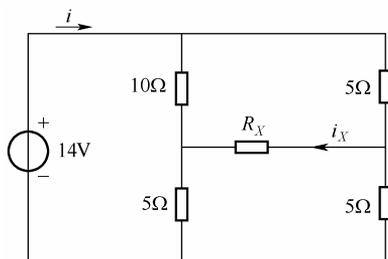
题 3-22 图

3-23 求题 3-23 图示电路中的电压 u_0 。



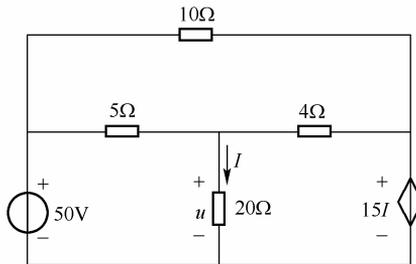
题 3-23 图

3-24 题 3-24 图示电路中, 若 $i_x = \frac{1}{8}i$, 求电阻 R_x 的值。



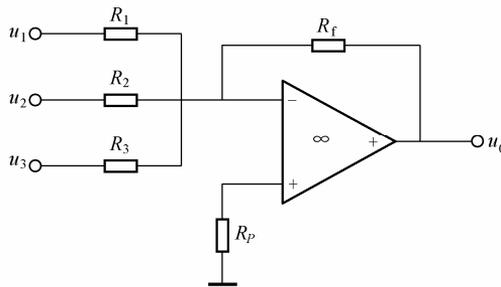
题 3-24 图

3-25 用节点法求题 3-25 图示电路中的电压 u 。



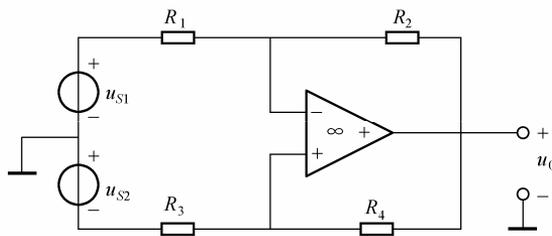
题 3-25 图

3-26 求题 3-26 图示电路 u_0 与 u_1 、 u_2 、 u_3 的关系。



题 3-26 图

3-27 求题 3-27 图示电路 u_0 与 u_{S1} 、 u_{S2} 的关系。



题 3-27 图