

第 1 章 静力学基础

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。

物体处于平衡状态是自然界中普遍存在的现象，也是机械运动的特殊情况。对于平衡状态的研究自然离不开对物体的受力分析。

静力学部分主要解决三类问题：一是对物体进行受力分析，分析某个物体共受几个力，以及每个力的作用位置和方向，并绘制物体受力图；二是对作用在物体上的力系进行简化，在保持对物体作用原来力系作用效果不变的情况下，用最简单的力系作用形式代替原来较为复杂力系的作用；三是研究各种力系的平衡规律，分析作用在物体上的各种力系平衡时所需满足的条件。工程实际中，静力学问题有着广泛的应用，是设计结构、构件和机械零件时静力分析计算的基础，同时也是力学分析的基础。

1-1 静力学的基本概念

1. 力与力系的概念

人们通过长期的生产劳动和科学实践，建立了力的概念。力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生变化，或者使物体发生变形。例如，人对小车施加一推力，推动小车由静止状态开始运动；房屋结构的横梁在载荷的作用下发生微小的弯曲变形等。

物体受力后产生的效应表现在两个方面：使物体的运动状态发生变化的作用效应，称为力的外效应；而使物体发生变形的效应，则称为力的内效应。理论力学主要研究物体力使物体的外效应，材料力学则研究力使物体的内效应。

实践证明，力对物体的作用效果，取决于力的大小、方向和作用点，通常被称为力的三要素。在力的三个要素中，只要改变其中一个，也就改变了力的效应。

为了完整表示力的效应，力必须用矢量表示，而且为定位矢量（有时若只与作用线相关时，可以表示为滑动矢量）。画图时要把其三个要素完整表示出来，例如沿水平地面推一小车（图 1-1），作用在小车 B 点处有一个推力 \boldsymbol{F} ，画图时要在作用点处做一有向线段，其方向与力的作用方向一致，有向线段的长度按照比例表示力的大小，线段的起点或终点表示力的作用点，力所沿的直线称为力的作用线。本书中用黑体字母表示矢量，字母不加黑表示力的大小（矢量的模）。在国际单位制中力的单位为牛顿（N）。

工程中把作用于物体上的一群力称为力系。根据力系中力的作用线是否在同一平面，力系可分为平面力系和空间力系；根据力系中力的作用线是否汇交，力

系又可分为汇交力系、平行力系和任意力系。对物体作用效果相同的力系称为等效力系。

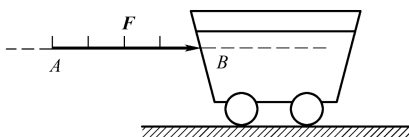


图 1-1

2. 刚体的概念

理论力学研究的对象是刚体，由物体抽象简化而来。实际上，在自然界中任何物体受力后总会产生一些变形。但在通常情况下绝大多数零件和构件的变形都是很微小的，甚至需要用专门的仪器才能测量出来。研究证明，在许多情况下，这种变形对物体的外效应影响甚微，可以忽略不计，即不考虑力对物体作用时物体所产生的变形。将这种受力后认为不发生变形（或变形可以忽略）的物体称为刚体。因此，刚体是对实际物体经过科学的抽象和简化得到的理想化的模型，这样的简化不仅抓住了问题的本质，而且极大地简化了计算过程。

3. 平衡的概念

平衡是指物体相对于地球处于静止或做匀速直线运动的一种状态。显然，平衡是物体受力状态的一种特殊形式。作用在刚体上并使其处于平衡状态的力系称为平衡力系，平衡力系应满足的条件称为平衡条件。

静力学研究刚体的平衡规律，即研究作用在刚体上的力系应满足的平衡条件。

1-2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活及生产实践中对于力的性质与特点的认知所总结的某些结论，又经过实践反复验证确认这些结论符合客观生产实际，最终使这些结论形成了关于力普遍性的客观规律。这些公理奠定了的静力学全部理论基础。

公理 1 力的平行四边形法则：作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，合力的作用点也在该点，合力的大小和方向，由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定（图 1-2 所示）。

这个公理说明了作用在物体上同一个点的二个分力与合力的关系，即合力矢等于两个分力矢的和，即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

求合力时，既可以根据二个分力与合力之间的几何关系用解析方法求解，也可以用作图的方法求解，即确定比例尺，画一力平行四边形，来求得两汇交力合力的大小和方向。此方法也称为矢量加法。

用几何法求合力时,为了作图方便,可以只画出平行四边形的一半,即三角形便可(图 1-3),其方法是从任意点 O 先作出一力矢 F_1 ,后再由其终端作另一力矢 F_2 ,最后由力矢 F_1 的起点至力矢 F_2 的终点作一有向线段,形成一个封闭的三角形,这个封闭边的有向线段就代表二个力的合力。此三角形称为力三角形。也可以先作 F_2 ,再作 F_1 ,得到同样的结果。这种按照各分力依次首尾相接求合力的方法称为力的三角形法则。

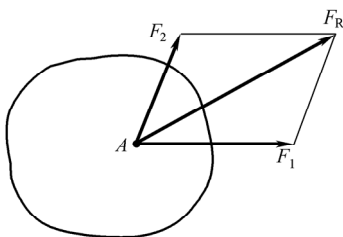


图 1-2

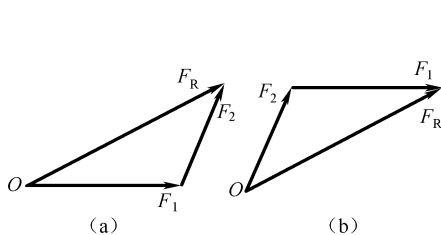


图 1-3

公理 1 提供了由一个二力组成的最简单力系求其合力的法则,这也为以后复杂力系简化提供了基础。

公理 2 二力平衡条件:受二力作用的刚体处于平衡状态的充分与必要条件是,这两个力大小相等、方向相反、作用线共线(图 1-4)。

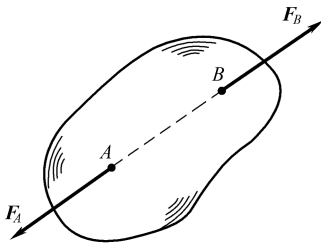


图 1-4

公理 2 表明了作用于刚体上最简单力系平衡时所必须满足的条件。需要注意的是,这个公理只适用于刚体,对变形体来说只是必要条件,而非充分条件。例如,柔软的绳索只能在二等值、反向、共线的拉力下保持平衡,而在承受压力时无法保持平衡。

公理 3 加减平衡力系原理:在作用于刚体的任一力系上,加上或减去一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效果。

公理 3 是研究力系等效替换的重要依据,也是对复杂力系简化的一个重要方法。在上述公理的基础上,很容易导出下列两个推论:

推论 1 力的可传性原理:作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用效果。图 1-5 中,在小车点 A 处作

用一水平推力 F ，然后将力 F 沿其作用线移到 B 点处变为拉力，对小车的作用而言，作用力移动前后的效果是相同的。

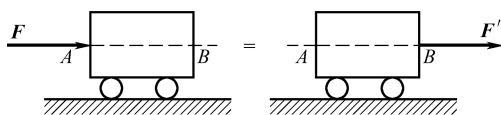


图 1-5

对推论 1 做一简单推证：刚体上的点上作用一力 F （图 1-6a），根据加减平衡力系原理，现在力的作用线点 B 处加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 （图 1-6b），且使 $F_1 = F_2 = F$ ，使得力 F 和 F_1 也组成一个平衡力系，故可除去，这样只剩下一个力 F_2 （图 1-6c），经过这样的变换后，力对物体的作用效果没有改变，因此，可以视为原来的力 F 沿其作用线由 A 点移到了 B 点。

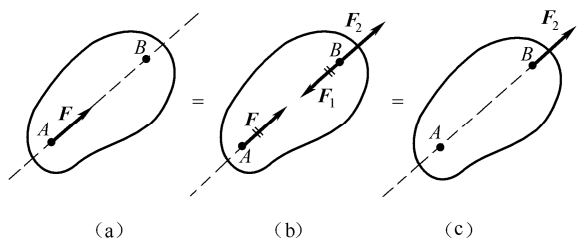


图 1-6

由此可见，作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，对于刚体来说，力的作用点已不是决定力作用效应的要素，它已为作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，这种矢量称为滑动矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理：作用于刚体上的三个互不平行的力，若使其保持在平衡状态，那么这三个力作用线必汇交于一点。

证：如图 1-7 所示，在一刚体的 A 、 B 、 C 三点上，分别作用三个互不平行的力 F_1 、 F_2 、 F_3 ，其中 F_1 和 F_2 两力的作用线汇交于 O 点，根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O ，然后根据力的平行四边形法则，求得合力 F_{12} ，如果刚体处于平衡状态，则力 F_3 应与 F_{12} 组成平衡力系，两个力必须等值、反向、共线，所以 F_3 必定通过 O 点，三个力汇交于一点，同时也共面，定理得证。

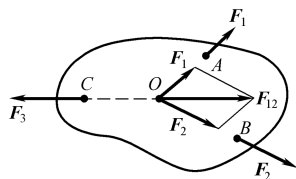


图 1-7

公理 4 作用与反作用定律：两个物体间的作用力与反作用力，总是大小相等，方向相反，作用线相同，并分别作用于这两个物体上。

这个公理概括了自然界中物体间相互机械作用的关系，它既表明了作用力和反作用力总是成对出现的，也表明了力在物体系统中的传递关系。值得注意的是，作用力与反作用力分别作用在两个相互作用的物体上，因此在研究单个物体时，不能视为平衡力系。

1-3 约束及约束反力

在空间可以自由运动、其位移不受任何限制的物体称为自由体，如空中飞行的飞机、火箭、人造卫星等。工程中的大多数物体，某些方向的位移往往受到限制，这样的物体称为非自由体。例如，高速公路上行驶的汽车、安装在轴承中的转轴、大型结构中的构件等，都是非自由体。

对非自由体某些方向的位移起限制作用的周围物体称为约束。如道路是汽车的约束、轴承是转轴的约束、结构中某一构件其周围的物体是该构件的约束等。当物体沿着所限制的方向有运动趋势时，约束对物体必产生一作用力。约束对被约束物体的作用力称为约束反作用力，是一种被动力，简称约束反力或约束力，与其相对的是，主动作用于物体之上的力称为主动力，物体的重力也可看作为主动力。由此看来，约束反力的方向总是与物体被约束所限制的位移方向相反，而且作用在被约束之处，这是用以确定各种约束反力方向的原则。至于约束反力的大小和方向则必须依据平衡条件来确定。

下面介绍几种工程中常用的约束类型，并分析其约束反力的特点。

1. 柔性体约束

工程中常见的柔软绳索、钢丝绳、三角带、链条等都可以简化为柔体，它的约束称为柔性约束。如图 1-8a 所示，一球体用一根绳子吊起，在重力的作用下球体具有下落的趋势，但是绳子阻止球体向下运动，因此，球体受到了来自绳子的约束反力，显然，这个力是拉力，作用在绳子连接球体之处（图 1-8b）。注意到，对绳子来说受到来自球体给它的反作用力，这个力是沿绳子伸长的方向。

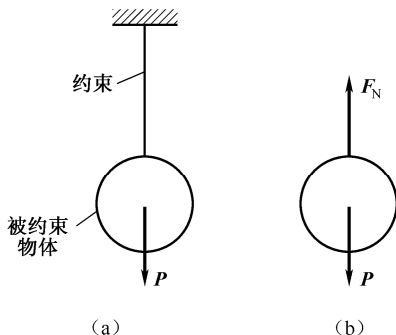


图 1-8

图 1-9a 表示了皮带或链条传动的情况，皮带或链条对于轮子的约束也属于柔性约束，对传动轮的约束反力如图 1-9b 所示。

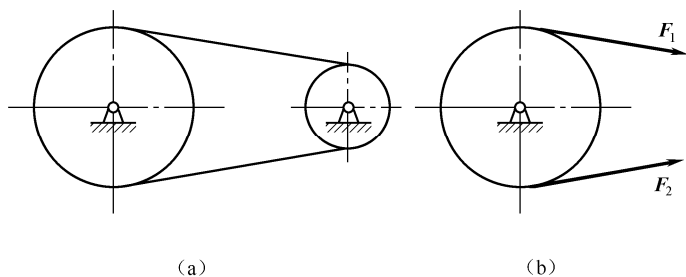


图 1-9

由于柔体只限制了物体沿柔体伸长方向的运动，而不能限制沿其他方向运动，所以柔体的约束反力必定是沿柔体的中心线且背离被约束的物体，只能是拉力。

2. 光滑面约束

当两物体接触面上的摩擦力很小，且对所研究问题不起主要作用而略去不计时，可以认为接触面是光滑的。

例如，一物块放置在光滑的平面上，如图 1-10a 所示，受到光滑平面的约束，物块在垂直于平面法线的位移受到限制，所以就承受来自接触点处平面法线方向的约束反力作用，如图 1-10b 所示。曲面接触的情况也是如此，如一个圆柱体放置在一个 V 形槽中，如图 1-11a 所示，两侧斜面约束也视为光滑面的约束情况，作用于圆柱体的约束反力如图 1-11b 所示。

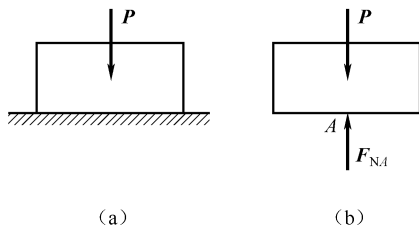


图 1-10

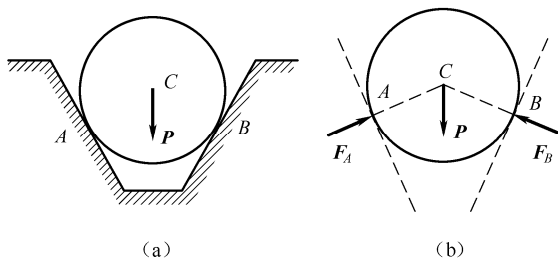


图 1-11

这类约束的特点是不限制物体沿约束表面切线方向的位移, 只阻碍物体沿接触表面法线方向、指向约束体内部的位移。因此, 光滑支承面对物体的约束力, 作用在接触点处, 方向沿接触表面的公法线、指向被约束的物体。对于研究的物体而言, 受到的光滑面约束反力只能是压力, 这个力称为法向约束反力。

3. 光滑铰链约束

铰链约束为两构件采用圆柱定位销形成的联接。它是由一个圆柱销钉插入两个物体的圆孔中构成, 若销钉与圆孔之间的接触是光滑的, 就称为光滑铰链约束。光滑铰链约束可分为下面三种情况。

(1) 圆柱形铰链。

构件联接方式如图 1-12a、b 所示。

由于销钉与物体圆孔接触曲面都是光滑的, 两者之间的配合总有缝隙, 所以两圆柱面接触只是在局部某一点 (图 1-12c), 本质上属于光滑面约束, 那么销钉对物体的约束力应通过物体圆孔中心。由于接触点不确定, 约束反力的方向就难以确定, 在这种情况下, 通常用两个互相垂直的分力 F_{Kx} 、 F_{Ky} 来表示这个未知的约束反力的合力 F_K (图 1-12d)。

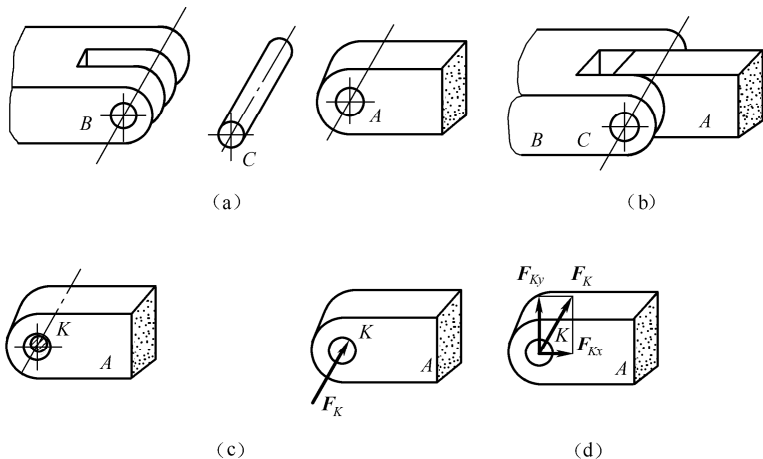


图 1-12

(2) 固定铰链支座。

固定铰链支座也简称为固定铰支, 它是将联接的两构件中的一个固定于地面或机架。图 1-13a 所示为桥梁上所用一种支座的构造示意图, 图 1-13b、c 是固定铰支座的计算简图, 固定铰支座的约束反力如图 1-13d 所示。

(3) 活动铰链支座。

活动铰链支座简称活动铰支, 它是在固定铰支座和光滑支承面之间装有几个滚轴而成, 如图 1-14a 所示。由于滚轴的作用, 被支承的物体可沿支承面的切线

方向运动, 法线方向的运动被限制, 这种支座可以允许被支承物体由于温度发生变化等外界因素引起的沿支承面切线产生的微小位移。图 1-14b、c、d 分别表示了活动铰支座的几种简化形式。可以看出, 活动铰支座的约束与光滑支承面约束相同, 约束反力沿支承面的法线方向, 如图 1-14e 所示。

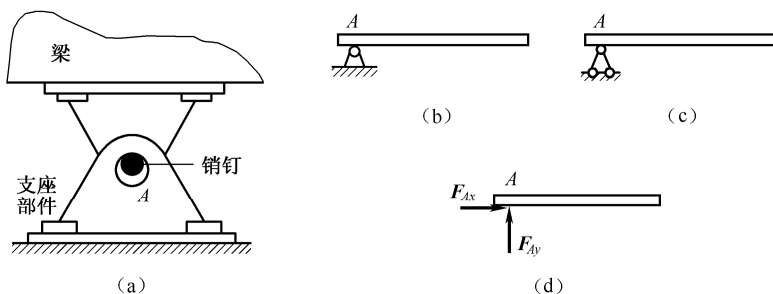


图 1-13

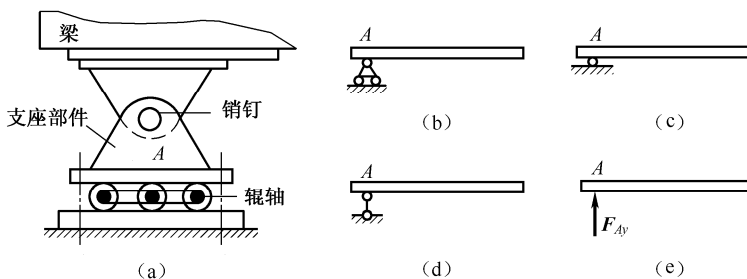


图 1-14

4. 向心轴承支座约束

图 1-15a 所示为轴承装置, 在垂直于轴线的平面内可画成如图 1-15 所示的简图, 轴可在孔内任意转动, 也可沿孔的中心线移动, 但是, 轴承阻碍着轴沿径向向外的位移, 这种约束情况同铰链相同, 它的约束反力在垂直于轴线的平面内, 画法如图 1-15c 所示。

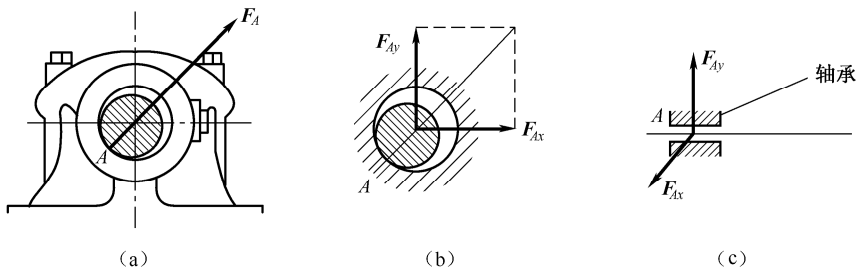


图 1-15

1-4 物体的受力和受力图

在研究物体平衡或运动状态发生变化时，都必须先要分析物体的受力情况，这是研究各种力学问题的前提。弄清所研究的物体都受到哪些力的作用及如何作用的过程称为对物体进行受力分析。通常所研究的物体是结构中的某一构件，或是其一部分，或是整体，它可能既受主动力的作用，还受到周围物体约束反力的作用。因此，为清楚地表明物体的受力状态，就要根据已知条件和待求问题，选择某一物体（或物体系）作为研究对象，然后解除周围的约束，把该物体及从原来的体系中分离出来，再依次画出该物体上所作用的全部力（包括主动力与约束反力）。选取要分析的物体称为研究对象，解除约束后的物体称为分离体，在分离体上画出所受全部力的简图称为物体的受力图。

画受力图是解平衡问题的第一步，不能有任何错误，否则以后计算的依据发生错误，将导致得出完全不正确的结论。以后如果没有特殊说明或标注，则物体的重力一般不计，并认为一切接触面都是光滑的。画受力图时，首先要明确选取研究对象，其次分别解除周围约束画出分离体，然后画出其上作用的主动动力，最后逐一在解除约束之处，按照约束类型画出约束反力，最终得到物体的受力图。

例 1-1 用力 F 拉动碾子以压平路面，重为 P 的碾子受到一石块的阻碍，如图 1-16a 所示。不计摩擦。试画出碾子的受力图。

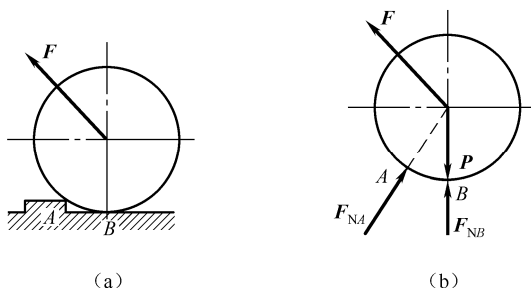


图 1-16

解：(1) 取碾子为研究对象。解除碾子在 A 、 B 处的约束，得到分离体，并单独画出其简图。

(2) 画出作用在碾子中心 O 点处的主动力 P （碾子重力）和碾子中心的拉力 F 。

(3) 画约束力。因碾子在 A 和 B 两处受到石块和地面的光滑面约束，故在 A 处及 B 处受到石块与地面的法向反力 F_{NA} 和 F_{NB} 的作用，它们都沿着碾子上接触点的公法线而指向圆心。

最后，得到碾子的受力图如图 1-16b 所示。

例 1-2 图 1-17a 所示的结构由杆 AC 、 CD 与滑轮 B 铰接组成。物体重 W ，绳

子绕在滑轮上。如杆、滑轮及绳子的自重不计，并忽略各处的摩擦，试分别画出滑轮 B 、杆 AC 、 CD 及整个系统的受力图。

解：(1) 以滑轮为研究对象。依次解除 B 点处圆柱销和绕在其上绳子沿水平与垂直方向的约束，画出分离体图。 B 处为光滑铰链约束，杆上的铰链销钉对轮孔的约束反力为 F_{Bx} 、 F_{By} ，绳索的拉力 F_{TE} 、 F_{TH} ，滑轮受力图如图 1-17b 所示。

(2) 以 DC 杆为研究对象。依次解除 C 点处圆柱形铰链约束、 D 点处固定铰链支座约束，画出分离体图。由光滑铰链约束的性质知道，其约束反力其实就是一个力，只不过在通常情况下方向和大小不能事先确定，但是对 DC 杆而言， D 、 C 分别为铰链约束，也就是说只在 D 、 C 处分别受一个约束反力作用，根据二力平衡原理，两个力必定等值、反向、共线，所以可以判断出两点处的约束反力必须共线（方向可假定），且有 $F_{SD}=F_{SC}$ ， DC 杆称为二力杆，受力图如图 1-17c 所示。

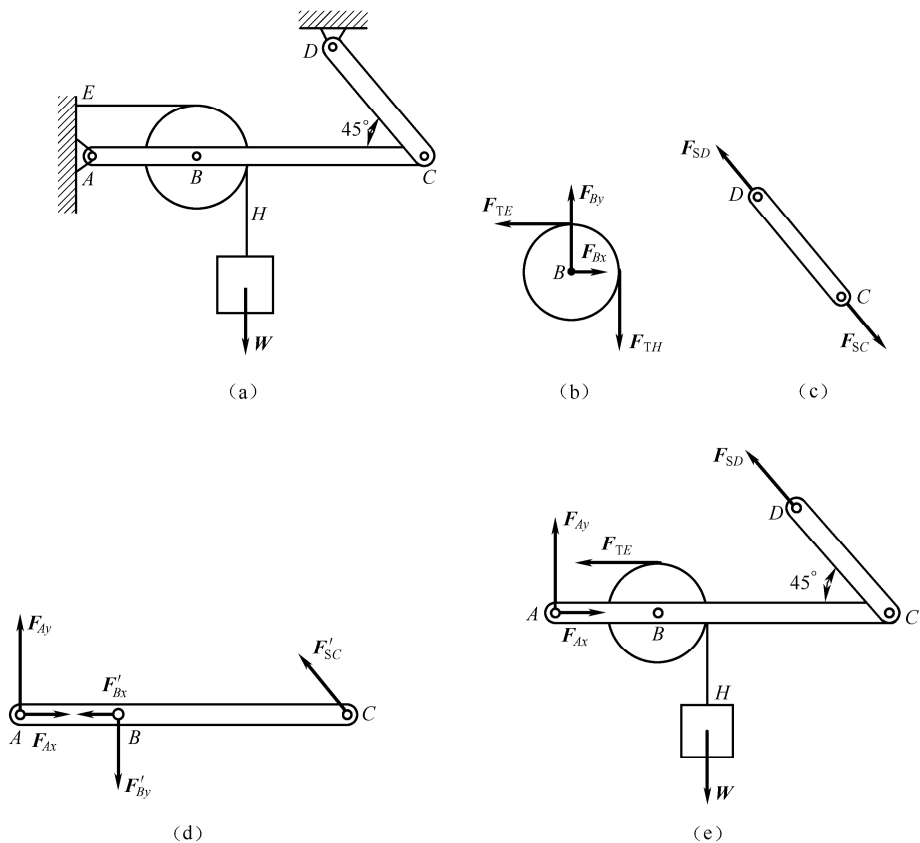


图 1-17

(3) 以 AC 杆为研究对象。依次解除 A 点处固定铰链支座约束和 B 、 C 点处

圆柱形铰链约束, 画出分离体图。根据约束反力特点, A 、 B 处分别画两个互相垂直的约束反力(分力), F_{Ax} 、 F_{Ay} 与 F'_{Bx} 、 F'_{By} , C 点处按照作用力与反作用力关系, 有 F'_{SC} , AB 杆受力图如图 1-17d 所示。

(4) 以整体为研究对象。依次解除 A 、 D 点处固定铰链支座约束及 E 点处绳子的约束, 得到分离体图。物体的重力 G 为主动力, A 、 D 点处都是固定铰链支座, 分别画出力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 与 F_{SD} , 绳子在水平方向的约束反力为拉力, 画出 F_{TE} 。整体受力图如图 1-17e 所示。

对物体受力分析需要注意以下几点:

(1) 要明确研究对象, 是在研究哪一部分, 因为选的研究对象不同, 受到的主动力和约束自然不同。

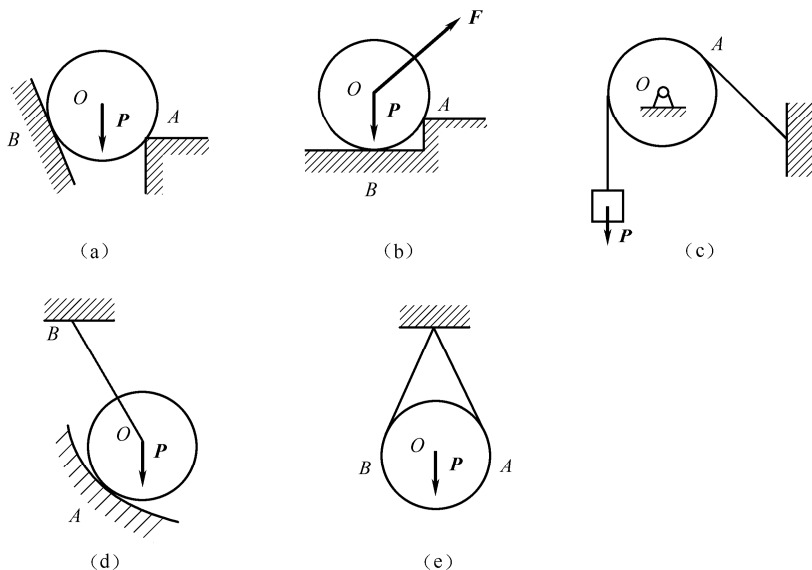
(2) 要弄清楚各处约束, 按照约束类型, 正确画出约束反力。

(3) 正确理解作用力与反作用力关系, 在受力图中必须要体现反向与共线的特点。

(4) 在进行受力分析时, 若能先找出二力杆, 就可以简化分析过程, 这对以后的计算也会带来很大方便。

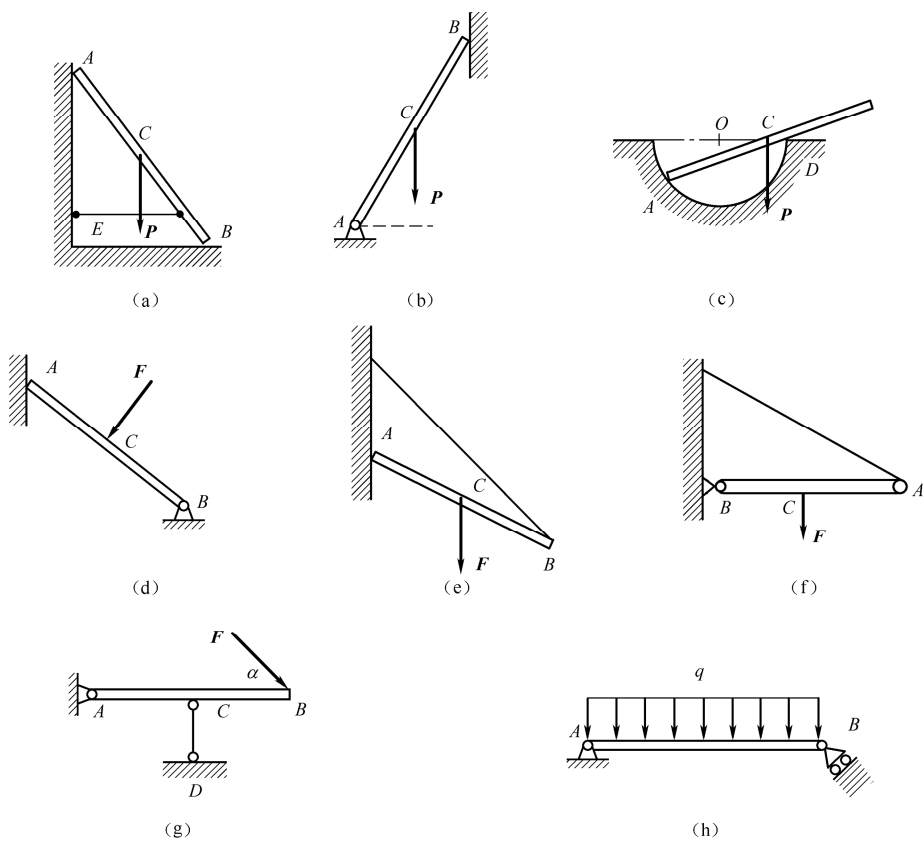
习题

1-1 试画出图 a~e 中圆柱的受力图。与其他物体接触处的摩擦力均略去。



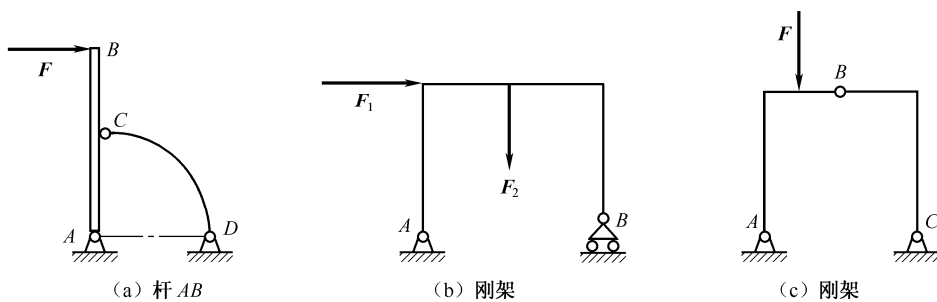
题 1-1 图

1-2 试画出图 a~f 中 AB 杆的受力图。

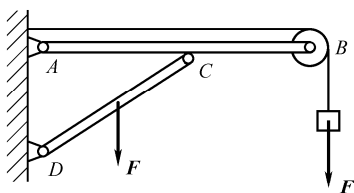


题 1-2 图

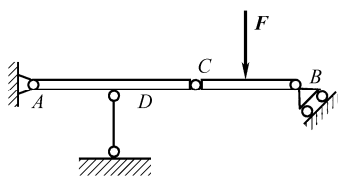
1-3 试画出以下各图中指定物体的受力图。



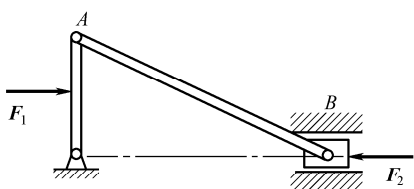
题 1-3 图



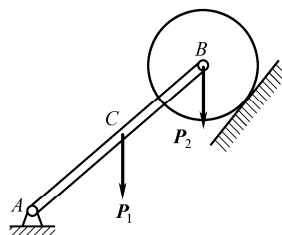
(d) 杆 AB (连同滑轮)、杆 AC (不连滑轮)、整体



(e) 梁 AC 、梁 CB 、整体



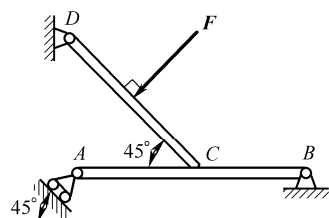
(f) 曲柄 OA 、滑块 B



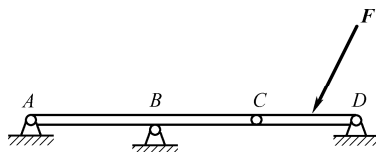
(g) 轮 B 、杆 AB

题 1-3 图 (续图)

1-4 画出下图组合梁中 AB 及 CD 部分的受力图。



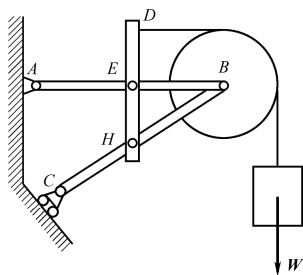
(a)



(b)

题 1-4 图

1-5 画出图示支架中 AB 、 BC 、 DH 和滑轮部分的受力图。



题 1-5 图