第 2 章　电阻性网络分析的一般方法

【本章重点】

- 支路电流法及其在电路分析、计算中的运用。
- 节点电压法、网孔电流法。
- 叠加定理、戴维南定理。
- 诺顿定理、置换定理。

【本章难点】

- 节点电压法、网孔电流法。
- 综合运用电路的分析方法和重要定理解决复杂电路。

本章讲述电阻电路的方程分析法和几个重要的电路定理。

2.1　支路电流法

支路电流法是以支路电流作为电路的变量，亦即未知量，直接应用基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律以及欧姆定律，列出与支路电流数目相等的独立节点电流方程和回路电压方程，然后联立解出各支路的电流的一种方法。可以根据要求，再进一步求出其他待求量。

下面以图 2-1 为例介绍支路电流法求解电路的方法和步骤。

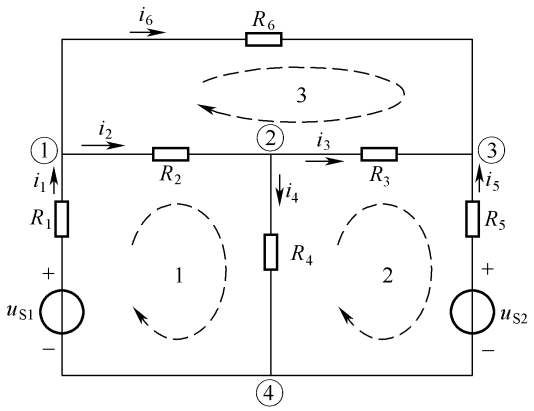


图 2-1　支路电流法

（1）根据电路的支路数 m，确定待求的电流 i_1，i_2，…，i_m，选定并在电路图上标出各支路电流的参考方向，作为列写电路方程的依据。

图 2-1 所示的电路有支路数 $m=6$，支路电流分别为 i_1，i_2，i_3，…，i_6，各支路电流的参考方向如图 2-1 所示。电路中有 6 个支路电流待求，根据要求应列写 6 个支路电流方程。

（2）首先根据基尔霍夫电流定律列出独立节点方程。电路有 n 个节点，可列写 n 个节点方程，将这 n 个节点方程相加，得到的结果是 $0=0$。这就是说，在这 n 个方程中任意 $n-1$ 个方程相加，必然得到一个与所剩方程各项相等、但符号相反的方程。这说明，在这 n 个方程中只有 $n-1$ 个方程是独立的。任意去掉一个节点，剩余的节点都是独立节点，相对应的节点方程也是相互独立的了。

去掉节点④，列写独立节点方程

节点①　　$-i_1+i_2+i_6=0$

节点②　　$-i_2+i_3+i_4=0$

节点③　　$-i_3-i_5-i_6=0$

（3）根据基尔霍夫电压定律列出回路方程。节点方程比要求的支路电流方程少，需要用回路方程补足。选取 $l=m-(n-1)$ 个独立的回路，选定绕行方向，根据基尔霍夫电压定律列出 l 个独立的回路方程。

应用基尔霍夫电压定律对电路列出的回路方程往往多于 l 个，这是由于电路的回路数多于 l 个。在电路中选择 l 个独立回路的方法可以基于这两种方式：选取的回路中必包含一条其他回路未曾选用过的新支路，用此方法选取的 l 个回路都是独立回路；或者选取网孔作为独立回路，网孔数就是独立回路数。

该电路所需回路方程数

$$l=6-(4-1)=3$$

独立回路的选取及绕行方向如图 2-1 所示，独立回路方程为

回路 1　　$i_1R_1+i_2R_2+i_4R_4=u_{s1}$

回路 2　　$i_3R_3-i_4R_4-i_5R_5=-u_{s2}$

回路 3　　$-i_2R_2-i_3R_3+i_6R_6=0$

（4）将 6 个独立方程联立求解，得到各支路电流。如果支路电流的值为正，则表示实际电流方向与参考方向相同；如果某一支路的电流值为负，则表示实际电流的方向与参考方向相反。

（5）根据电路的要求，求出其他待求量，如支路或元件上的电压、功率等。

【例 2-1】 用支路电流法求解图 2-2 所示的电路中各支路电流及各电阻上吸收的功率。

解：（1）求各支路电流。该电路有 3 条支路、2 个节点。首先指定各支路电流的参考方向，如图 2-2 所示。

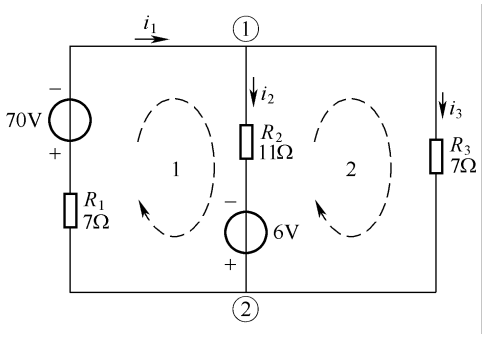


图 2-2　例 2-1 电路

列出节点电流方程

节点①　　$-i_1+i_2+i_3=0$

选取独立回路，并指定绕行方向，列回路方程

回路 1　　$7i_1+11i_2=6-70=-64$

回路 2　　$-11i_2+7i_3=-6$

联立求解，得到

$$i_1=-6\text{A}$$
$$i_2=-2\text{A}$$
$$i_3=-4\text{A}$$

支路电流i_1、i_2、i_3的值为负，说明i_1、i_2、i_3的实际方向与参考方向相反。

（2）求各电阻上吸收的功率。电阻吸收的功率为

$$P=ui=i^2R$$

电阻R_1吸收的功率　　$P_1=(-6)^2\times7=252\text{W}$

电阻R_2吸收的功率　　$P_2=(-2)^2\times11=44\text{W}$

电阻R_3吸收的功率　　$P_3=(-4)^2\times7=112\text{W}$

【例 2-2】 用支路电流法求解图 2-3（a）所示电路的各支路电流。

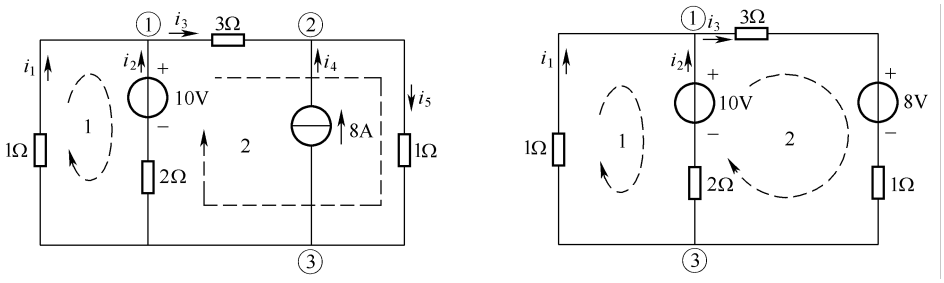


图 2-3　例 2-2 电路

解：在图 2-3（a）中，电路节点数$n=3$、支路数$m=5$，其中一条支路仅含有理想电流源。

方法一：理想电流源$i_s=8\text{A}$是已知的，即该支路电流$i_4=i_s=8\text{A}$，故只需要求 4 条支路的电流，列出 4 个支路电流方程即可。根据指定的支路电流的参考方向和选取的独立回路的绕行方向，支路电流方程为

节点①　　$-i_1-i_2+i_3=0$

节点②　　$-i_3-8+i_5=0$

回路 1　　$i_1-2i_2=-10$

回路 2　　$2i_2+3i_3+i_5=10$

联立求解，得到

$$i_1=-4\text{A};\quad i_2=3\text{A}$$
$$i_3=-1\text{A};\quad i_5=7\text{A}$$

支路电流i_1、i_3的值为负，说明i_1、i_3的实际方向与参考方向相反；i_2 i_5的值为正，说明i_2 i_5

的实际方向与参考方向相同。

方法二：该电路的理想电流源旁并联了一个电阻支路，为了减少方程数，可将电流源和并联电阻组成的部分电路用电源等效方法进行变换。

$$u_{s2} = i_s \times 1 = 8\text{V}$$

$$R_s = 1\Omega$$

变换后的电路如图 2-3（b）所示，该电路只含支路数 $m=3$、节点数 $n=2$，因此只需要 3 个支路电流方程即可。

根据指定的支路电流的参考方向和选定的独立回路的绕行方向，列出支路电流方程为

节点①　　$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$

回路 1　　$i_1 - 2i_2 = -10$

回路 2　　$2i_2 + 4i_3 = -8 + 10 = 2$

联立求解，得到

$$i_1 = -4\text{A} \quad i_2 = 3\text{A} \quad i_3 = -1\text{A}$$

根据图 2-3（a）求 i_5 得　　$i_5 = i_3 + i_4 = -1 + 8 = 7\text{A}$

支路电流法的优点是可以直接求出电路中全部支路的电流，既适合于线性电路，也适合于非线性电路。但是，当电路中支路数目较多时，求解支路电流所需的方程数目也多，分析计算比较麻烦，手工处理很少采用。随着计算机技术的发展、计算机辅助设计的应用，这种方法日益受到重视。

思考与练习

2-1　怎样选择独立回路？在列写回路方程时，绕行方向的选择是否会影响计算的结果？

2-2　电路如图 2-4 所示，列写用支路电流法求解的方程。

2-3　试用支路电流法求解如图 2-5 所示电路中的各支路电流。

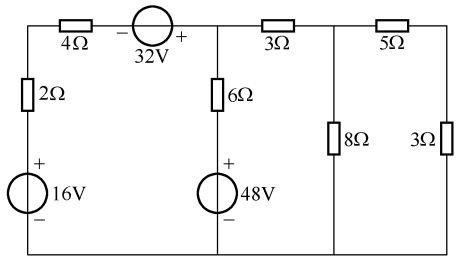


图 2-4　练习题 2-2 电路

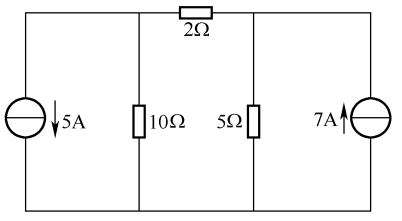


图 2-5　练习题 2-3 电路

2.2　节点电压法

在电路中任意选择一个节点为非独立节点，称此节点为参考点。其他独立节点与参考点之间的电压，称为该节点的节点电压。

节点电压法是以节点电压为求解电路的未知量，利用基尔霍夫电流定律和欧姆定律导出

$n-1$个独立节点电压为未知量的方程，联立求解，得出各节点电压，然后进一步求出各待求量。

节点电压法适用于结构复杂、非平面电路、独立回路选择麻烦，以及节点少、回路多的电路的分析求解。对于 n 个节点、m 条支路的电路，节点电压法仅需要$n-1$个独立方程，比支路电流法少$m-(n-1)$个方程。

2.2.1 节点电压方程式的一般形式

图 2-6 所示电路为具有三个节点的电路，下面以图 2-6 为例说明用节点电压法进行的电路分析方法和求解步骤，导出节点电压方程式的一般形式。

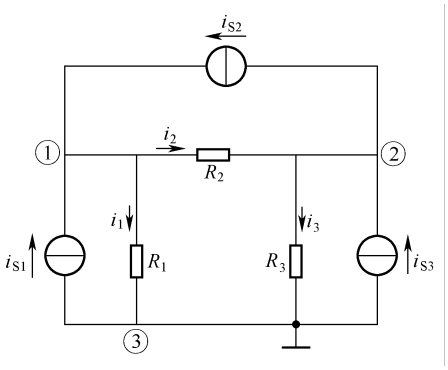


图 2-6 节点电压法

首先选择节点③为参考节点，则$u_3=0$。设节点①的电压为u_1，节点②的电压为u_2，各支路电流及参考方向如图 2-6 中的标示。应用基尔霍夫电流定律，对节点①、节点②分别列出节点电流方程

节点① $$-i_{s1}-i_{s2}+i_1+i_2=0$$

节点② $$i_{s2}-i_{s3}-i_2+i_3=0$$

根据欧姆定律，用节点电压表示支路电流

$$i_1=\frac{u_1}{R_1}=G_1u_1$$

$$i_2=\frac{u_1-u_2}{R_2}=G_2(u_1-u_2)$$

$$i_3=\frac{u_2}{R_3}=G_3u_2$$

代入节点①、节点②电流方程，得到

$$-i_{s1}-i_{s2}+\frac{u_1}{R_1}+\frac{u_1-u_2}{R_2}=0$$

$$i_{s2}-i_{s3}-\frac{u_1-u_2}{R_2}+\frac{u_2}{R_3}=0$$

整理后可得

$$(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})u_1-\frac{1}{R_2}u_2=i_{s1}+i_{s2}$$
$$-\frac{1}{R_2}u_1+(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})u_2=i_{s3}-i_{s2}$$

或表示成

$$(G_1+G_2)u_1-G_2u_2=i_{s1}+i_{s2}$$
$$-G_2u_1+(G_2+G_3)u_2=i_{s3}-i_{s2}$$

分析上述节点方程，可知：

节点①方程中的(G_1+G_2)是与节点①相连接的各支路的电导之和，称为节点①的自电导，用G_{11}表示。由于(G_1+G_2)取正值，故$G_{11}=(G_1+G_2)$也取正值。

节点①方程中的G_2是连接节点①和节点②之间支路的电导之和，$-G_2$称为节点①和节点②之间的互电导，用G_{12}表示。由于G_2取正值，故$G_{12}=-G_2$取负值。

节点②方程中的(G_2+G_3)是与节点②相连接的各支路的电导之和，称为节点②的自电导，用G_{22}表示。由于(G_2+G_3)取正值，故$G_{22}=(G_2+G_3)$也取正值。

节点②方程中的G_2是连接节点②和节点①之间各支路的电导之和，$-G_2$称为节点②和节点①之间的互电导，用G_{21}表示。且$G_{12}=G_{21}$，由于G_2取正值，故G_{21}取负值，即$G_{21}=-G_2$。

$i_{s1}+i_{s2}$是流向节点①的理想电流源电流的代数和，用i_{s11}表示。流入节点的电流取“+”；流出节点的电流取“–”。

$i_{s3}-i_{s2}$是流向节点②的理想电流源电流的代数和，用i_{s22}表示。i_{s2}、i_{s3}前的符号取向同上。

根据以上分析，节点电压方程可写成

$$G_{11}u_1+G_{12}u_2=i_{s11}$$
$$G_{21}u_1+G_{22}u_2=i_{s22}$$

这是具有两个独立节点的电路节点电压方程的一般形式。也可以将其推广到具有 n 个节点（独立节点数为$n-1$个）的电路，具有 n 个节点的节点电压方程的一般形式为

$$\begin{cases}G_{11}u_1+G_{12}u_2+\cdots+G_{1(n-1)}u_{(n-1)}=i_{s11}\\G_{21}u_1+G_{22}u_2+\cdots+G_{2(n-1)}u_{(n-1)}=i_{s22}\\\qquad\qquad\vdots\\G_{(n-1)1}u_1+G_{(n-1)2}u_2+\cdots+G_{(n-1)(n-1)}u_{(n-1)}=i_{s(n-1)(n-1)}\end{cases}$$

综合以上分析，采用节点电压法对电路进行求解，可以根据节点电压方程的一般形式直接写出电路的节点电压方程。其步骤归纳如下：

（1）指定电路中某一节点为参考点，标出各独立节点电位（符号）。

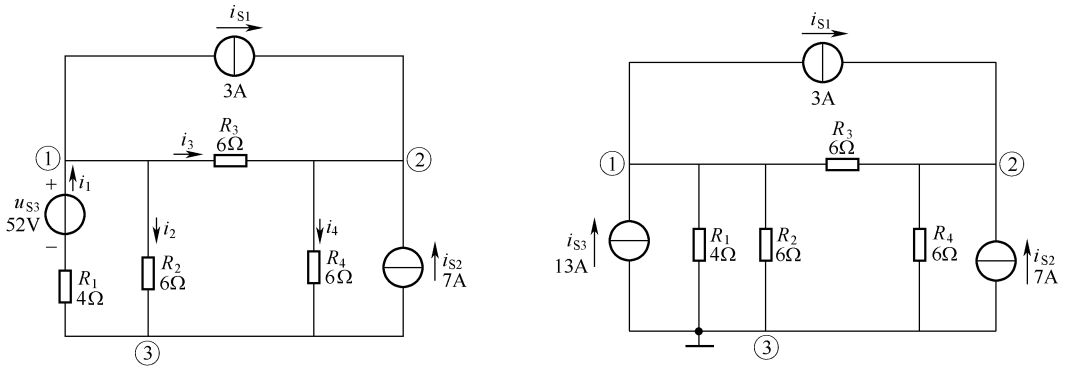
（2）按照节点电压方程的一般形式，根据实际电路直接列出各节点电压方程。

列写第 k 个节点电压方程时，与 k 节点相连接的支路上电阻元件的电导之和（自电导）一律取“+”号；与 k 节点相关联支路的电阻元件的电导之和（互电导）一律取“–”号。流入 k 节点的理想电流源的电流取“+”号；流出的则取“–”号。

（3）联立求解，解出各节点电压。

（4）根据节点电压，再求待求量。

【例 2-3】 用节点电压法求图 2-7（a）所示电路中的各支路电流。



（a）　　（b）

图 2-7　例 2-3 电路

解：电路中有一条电压源u_{s3}和电阻R_1串联的支路，首先用电源等效变换的方法将其转换成电流源与电阻并联的电路（实际电压源转换成实际电流源），等效变换后的电路如图 2-7（b）所示。

$$i_{s3}=\frac{u_{s3}}{R_1}=\frac{52}{4}=13\text{A}$$

根据节点电压方程的一般形式列写方程。取节点③为参考点，节点方程为

节点①　　$$(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6})u_1-\frac{1}{6}u_2=13-3=10\text{A}$$

节点②　　$$-\frac{1}{6}u_1+(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})u_2=7+3=10\text{A}$$

联立求解，得

$$u_1=30\text{V}$$

$$u_2=45\text{V}$$

由图 2-7（a）可求得各支路电流

$$i_1=\frac{u_{s3}-u_1}{R_1}=\frac{52-30}{4}=5.5\text{A}$$

$$i_2=\frac{u_1}{R_2}=\frac{30}{6}=5\text{A}$$

$$i_3=\frac{u_1-u_2}{R_3}=\frac{30-45}{6}=-2.5\text{A}$$

$$i_4=\frac{u_2}{R_4}=\frac{45}{6}=7.5\text{A}$$

各支路电流也可以根据图 2-7（b）求得。但要注意，电流i_1不能直接用$\frac{u_1}{R_1}$求得，而应为

$$i_1=i_{s1}+i_2+i_3=i_{s1}+\frac{u_1}{R_2}+\frac{u_1-u_2}{R_3}=3+5-2.5=5.5\text{A}$$

可见所得结果是相同的。

2.2.2　电路中含有理想电压源支路的处理方法

如果在电路中含有一理想电压源支路，它不能应用电源等效变换的方法将其变换成实际电流源，在这种情况下需要特殊处理。处理的方法很多，下面介绍两种不需要改变电路结构的处理方法。

【例 2-4】 用节点电压法求图 2-8 所示电路中电流源两端电压 u_s 和电压源支路中的电流 i_s。

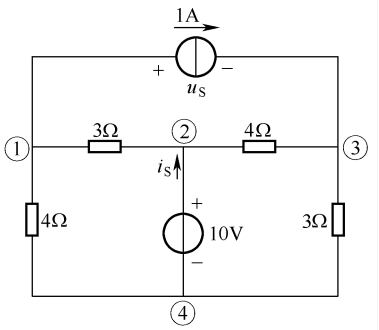


图 2-8　例 2-4 电路

解：

方法一：适当选择参考点，使理想电压源正好跨接在参考点与某一节点之间，该节点电压就是理想电压源的电压，不用对该节点列写节点方程，使节点方程减少了一个，但要增加一个理想电压源与该节点电压的关系方程。

本例中选节点④为参考点，理想电压源正好跨接在参考点与节点之间，各节点电压方程为

节点①　$$(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})u_1-\frac{1}{3}u_2=-1$$

节点②　$$u_2=10\text{V}$$

节点③　$$-\frac{1}{4}u_2+(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})u_3=1$$

联立求解，得

$$u_1=4\text{V}，\ u_3=6\text{V}$$

电流源两端电压为

$$u_s=u_{13}=u_1-u_3=4-6=-2\text{V}$$

根据基尔霍夫电流定律，电压源支路中的电流

$$i_s=i_{23}+i_{21}$$

$$i_{23}=\frac{u_2-u_3}{4}=\frac{10-6}{4}=1\text{A}$$

$$i_{21}=\frac{u_2-u_1}{3}=\frac{10-4}{3}=2\text{A}$$

$$i_s=i_{23}+i_{21}=1+2=3\text{A}$$

方法二：一个理想电压源支路，一般它的端电压 u_s 是已知的，在外电路给定的条件下，

其输出电流也是确定的。设输出电流为i_s，把电压源的电流作为电路变量，用于节点电压法中。参考点的选择可以随意，但增加了一个电路变量，还需要增加一个理想电压源与节点电压之间的约束关系的附加方程，才能进行求解。

本方法中选节点③为参考点，各节点的电压方程为

节点①
$$(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})u_1-\frac{1}{3}u_2-\frac{1}{4}u_4=-1$$

节点②
$$-\frac{1}{3}u_1+(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})u_2=i_s$$

节点④
$$-\frac{1}{4}u_1+(\frac{1}{4}+\frac{1}{3})u_4=-i_s$$

附加方程
$$u_2-u_4=10\text{V}$$

联立求解，得
$$u_1=-2\text{V}；\ u_2=4\text{V}；\ u_4=-6\text{V}$$
$$i_s=3\text{A}$$

电流源两端的电压
$$u_s=u_1=-2\text{V}$$

比较上述两种方法，可知第一种处理方法节点方程少，计算方便，计算量小，显得更为简单。如果电路仅含有一个理想电压源，当然应该采用方法一进行电路求解。但若电路中含有多个理想电压源，且不具有公共节点时，则只有采用方法二了。

思考与练习

2-4　应用基尔霍夫电流定律列节点电流方程时，流入、流出节点的电流前的符号是可以设定的，若流入的取正，则流出就取负。在用节点电压法列方程时，流入节点的电流前的符号是否也可以自行设定，为什么？

2-5　已知节点电压方程为
$$(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})u_1-\frac{1}{R_2}u_2=-5$$
$$-\frac{1}{R_2}u_1+(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})u_2=7$$
试画出其具体电路。

2-6　电路如图 2-9 所示，试列出用节点电压法求解该电路的方程。

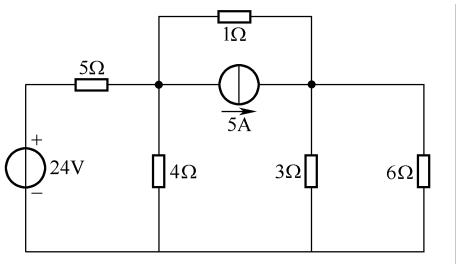


图 2-9　练习题 2-6 电路

2.3　网孔电流法

网孔电流法是以网孔电流作为电路的变量，利用基尔霍夫电压定律和欧姆定律列写网孔电流方程，进行网孔电流的求解。然后再根据电路的要求，进一步求出待求量。

2.3.1　网孔电流法的一般步骤

网孔电流是一个假想沿着各自网孔内循环流动的电流，标示如图 2-10 所示。设网孔①的电流为 i_{l1}；网孔②的电流为 i_{l2}；网孔③的电流为 i_{l3}。网孔电流在实际电路中是不存在的，但它是一个很有用的用于计算的量。选定图中电路的支路电流参考方向，再观察电路可知，假想的网孔电流与支路电流有以下的关系

$$i_1 = i_{l1}; \qquad i_2 = i_{l2}; \qquad i_3 = i_{l2} + i_{l3}$$
$$i_4 = i_{l2} - i_{l1}; \quad i_5 = i_{l1} + i_{l3}; \quad i_6 = i_{l3}$$

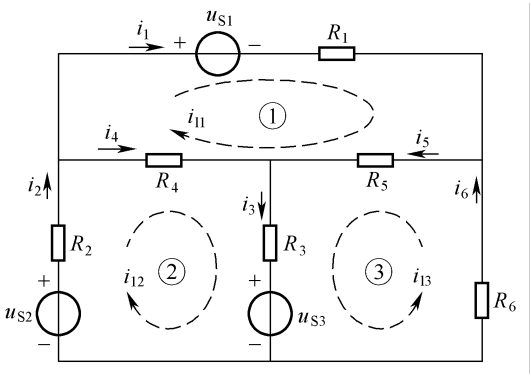


图 2-10　网孔电流法

电路中的一些支路电流如 i_1、i_2、i_6 就等于网孔电流；另一些支路电流如 i_3、i_4、i_5 则由不同的网孔电流构成，也即支路电流可以分解成所在网孔流动的电流。如 i_3 分解成 i_{l2}、i_{l3}，可以看成是 i_3 中的一部分是沿着网孔②流动的，另一部分则是沿着网孔③流动的，它们都通过电压源 u_{s3} 和 R_3 串联的支路，形成支路电流 i_3。i_4 可分解成 i_{l2}、$-i_{l1}$（负号表示 i_{l1} 与 i_4 的参考方向相反）。i_5 可分解成 i_{l1} 和 i_{l3}，理解同上。可见支路电流是网孔电流的代数和。

用网孔电流替代支路电流列出各网孔电流方程

网孔①　$R_1 i_{l1} + R_4(i_{l1} - i_{l2}) + R_5(i_{l1} + i_{l3}) = -u_{s1}$

网孔②　$R_2 i_{l2} + R_4(i_{l2} - i_{l1}) + R_3(i_{l2} + i_{l3}) = u_{s2} - u_{s3}$

网孔③　$R_6 i_{l3} + R_3(i_{l2} + i_{l3}) + R_5(i_{l1} + i_{l3}) = -u_{s3}$

将网孔电流方程进行整理后为

网孔①　$(R_1 + R_4 + R_5)i_{l1} - R_4 i_{l2} + R_5 i_{l3} = -u_{s1}$

网孔②　$-R_4 i_{l1} + (R_2 + R_3 + R_4)i_{l2} + R_3 i_{l3} = u_{s2} - u_{s3}$

网孔③　$R_5 i_{l1} + R_3 i_{l2} + (R_3 + R_5 + R_6)i_{l3} = -u_{s3}$

分析上述网孔电流方程，可知：

（1）网孔①中电流 i_{l1} 的系数 $(R_1 + R_4 + R_5)$、网络②中电流 i_{l2} 的系数 $(R_2 + R_3 + R_4)$；网孔③中电流 i_{l3} 的系数 $(R_3 + R_5 + R_6)$ 分别为对应网孔电阻之和，称为网孔的自电阻，用 R_{ii} 表示，i 代表所在的网孔。由于网孔电流 i_{li} 与网孔的绕行的方向相同，自电阻上的压降恒为正，自电阻始终取正值。

（2）网孔①方程中 i_{l2} 前的系数 $-R_4$，它是网孔①、网孔②公共支路上的电阻 R_4 取负值，

称为网孔间的互电阻，用 R_{12} 表示，R_4 前的负号表示网孔①与网孔②的电流通过 R_4 时方向相反；i_{l3} 前的系数 R_5 是网孔①与网孔③的互电阻，用 R_{13} 表示，R_5 取正表示网孔①与网孔③的电流通过 R_5 时方向相同；网孔②、网孔③方程中互电阻与此类似。互电阻可正可负，这取决于通过互电阻上的两个网孔电流的流向，如果两个网孔电流的流向相同，互电阻取正值；若两个网孔电流的流向相反，互电阻取负值，且 $R_{ij}=R_{ji}$，如 $R_{23}=R_{32}=R_3$。

（3）$-u_{s1}$、$u_{s2}-u_{s3}$、$-u_{s3}$ 分别是网孔①、网孔②、网孔③中的理想电压源的代数和。当网孔电流从电压源的“+”端流出时，该电压源前取“+”号；否则取“−”号。理想电压源的代数和称为网孔 i 的等效电压源，用 u_{sii} 表示，i 代表所在的网孔。

根据以上分析，网孔①、②、③的电流方程可写成

$$\begin{aligned}R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+R_{13}i_{l3}&=u_{s11}\\R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}+R_{23}i_{l3}&=u_{s22}\\R_{31}i_{l1}+R_{32}i_{l2}+R_{33}i_{l3}&=u_{s33}\end{aligned}$$

这是具有三个网孔电路的网孔电流方程的一般形式。也可以将其推广到具有 n 个网孔的电路，具有 n 个网孔的电路网孔电流方程的一般形式为

$$\begin{cases}R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+\cdots+R_{1n}i_{ln}=u_{s11}\\R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}+\cdots+R_{2n}i_{ln}=u_{s22}\\\qquad\vdots\\R_{n1}i_{l1}+R_{n2}i_{l2}+\cdots+R_{nn}i_{ln}=u_{snn}\end{cases}$$

综合以上分析，用网孔电流法求解可以根据网孔电流方程的一般形式写出网孔电流方程。其步骤归纳如下：

（1）选定各网孔电流的参考方向。

（2）按照网孔电流方程的一般形式列出各网孔电流方程。自电阻始终取正值，互电阻前的符号由通过互电阻上的两个网孔电流的流向而定，两个网孔电流的流向相同，取正；否则取负。等效电压源是理想电压源的代数和，注意理想电压源前的符号。

（3）联立求解，解出各网孔电流。

（4）根据网孔电流再求其他待求量。

【例 2-5】 用网孔电流法求图 2-11 所示电路中的各支路电流。

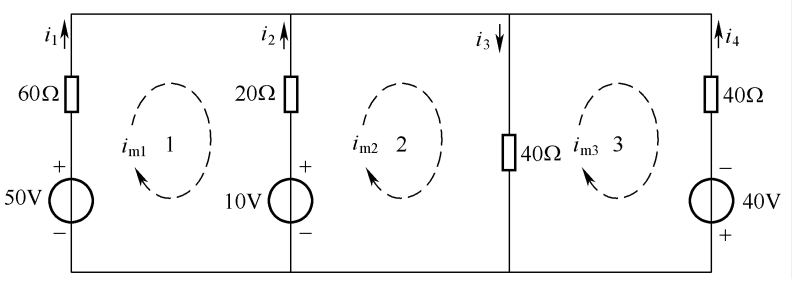


图 2-11　例 2-5 电路

解：（1）如图 2-11 所示电路为有三个网孔的平面电路，网孔电流的参考方向已在图中标出，设网孔电流分别为 i_{m1}、i_{m2}、i_{m3}。

（2）列写网孔电流方程。

$$R_{11}=60+20=80\Omega;\quad R_{12}=-20\Omega$$
$$R_{22}=20+40=60\Omega;\quad R_{21}=-20\Omega;\quad R_{23}=-40\Omega$$
$$R_{33}=40+40=80\Omega;\quad R_{32}=-40\Omega$$
$$u_{s11}=50-10=40\text{V};\quad u_{s22}=10\text{V};\quad u_{s33}=40\text{V}$$

各网孔电流方程为

$$80i_{m1}-20i_{m2}=40$$
$$-20i_{m1}+60i_{m2}-40i_{m3}=10$$
$$-40i_{m2}+80i_{m3}=40$$

联立求解，可得

$$i_{m1}=0.786\text{A}$$
$$i_{m2}=1.143\text{A}$$
$$i_{m3}=1.071\text{A}$$

（3）求各支路电流。

$$i_1=i_{m1}=0.786\text{A}$$
$$i_2=-i_{m1}+i_{m2}=-0.786+1.143=0.357\text{A}$$
$$i_3=i_{m2}-i_{m3}=1.143-1.071=0.072\text{A}$$
$$i_4=-i_{m3}=-1.071\text{A}$$

2.3.2　电路中含有理想电流源支路的处理方法

如果电路中含有一理想电流源支路，无电阻支路与之并联，它不能应用电源等效变换的方法将其变换成实际电压源，在这种情况下需要特殊处理。处理的方法很多，下面以图 2-12 所示电路为例，介绍两种处理方法。

【例 2-6】 用网孔电流法求图 2-12 所示的电路中电流源两端的电压 u 和电压源支路中的电流 i。

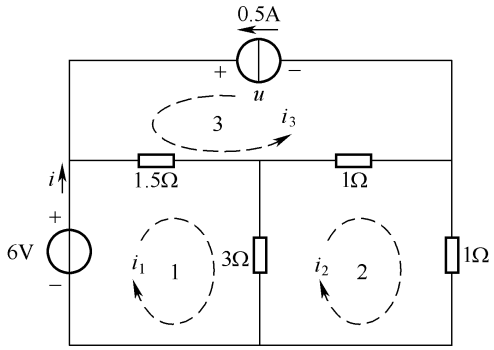


图 2-12　例 2-6 电路

解：

方法一：在选取网孔时，使含有理想电流源 i_s 支路仅属于一个网孔，该网孔电流 $i_m=\pm i_s$，

这样就减少了一个未知量，可减少一个网孔电流方程，但需要增加一个理想电流源与该网孔电流的关系方程。

网孔电流的参考方向如图 2-12 中所标示，设网孔 1、2 的电流分别为 i_1、i_2，网孔 3 的电流 i_3 为电流源电流。列写网孔电流方程

网孔①　　$4.5i_1 - 3i_2 + 1.5i_3 = 6$

网孔②　　$-3i_1 + 5i_2 + i_3 = 0$

附加方程　　$i_3 = 0.5\text{A}$

联立求解，可得

$$i_1 = 1.83\text{A};\quad i_2 = 1\text{A}$$

电压源支路电流

$$i = i_1 = 1.83\text{A}$$

电流源两端的电压

$$\begin{aligned} u &= 1.5\times(i_1 + i_3) + 1\times(i_2 + i_3) \\ &= 1.5\times 2.33 + 1.5 = 5\text{V} \end{aligned}$$

方法二：一个理想电流源电流 i_s 是已知的，在外电路给定的条件下，其两端的电压也是确定的。设两端电压为 u，把电流源的电压作为电路变量，用于网孔电流法中。网孔的选择不受电流源支路的限制，但增加了一个电路变量，还需要增加一个理想电流源与网孔电流之间的约束关系的附加方程，才能进行求解。

设网孔电流分别为 i_1、i_2、i_3，电流源两端电压为 u，列写网孔电流方程

网孔①　　$4.5i_1 - 3i_2 + 1.5i_3 = 6$

网孔②　　$-3i_1 + 5i_2 + i_3 = 0$

网孔③　　$1.5i_1 + i_2 + 2.5i_3 = u$

附加方程　　$i_3 = 0.5\text{ A}$

联立求解，可得　　$i_1 = 1.83\text{A};\quad i_2 = 1\text{A}$

电压源支路电流　　$i = i_1 = 1.83\text{A}$

电流源两端的电压

$$\begin{aligned} u &= 1.5\times(i_1 + i_3) + 1\times(i_2 + i_3) \\ &= 1.5\times 2.33 + 1.5 = 5\text{V} \end{aligned}$$

比较上述两种方法，可知第一种处理方法网孔电流方程少，计算方便，计算量小，显得更为简单。如果电路所含理想电流源仅属于一个网孔，当然应该采用方法一进行电路求解，但电路中理想电流源属于多个网孔，则只有采用方法二。

思考与练习

2-7　图 2-13 中能否用电流源电流作为网孔电流？为什么？

2-8　用网孔电流法求图 2-13 所示的电路中电流源两端电压 u 和电压源支路中的电流 i。

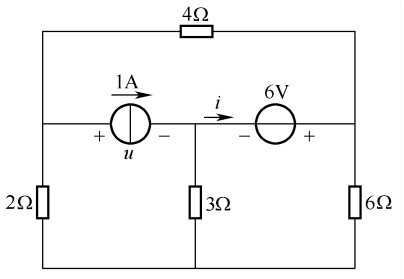
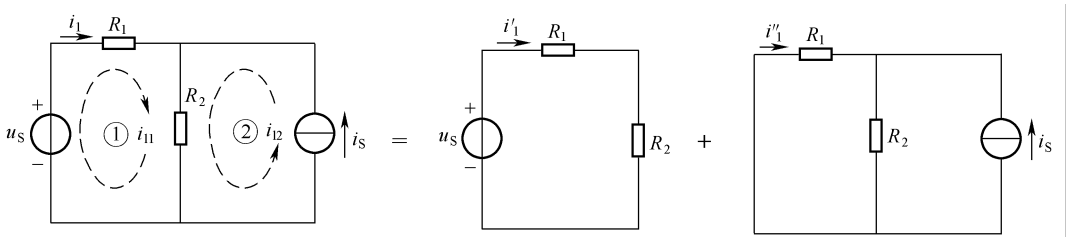


图 2-13　练习题 2-7 电路

2.4　叠加定理

叠加性是线性电路的基本性质，叠加定理是反映线性电路特性的重要定理，是线性网络电路分析中普遍适用的重要原理，在电路理论中占有重要的地位。

下面以图 2-14 所示电路求支路电流 i_1 为例介绍叠加定理。



（a）　　（b）　　（c）

图 2-14　叠加定理

图 2-14（a）是一个双网孔电路，现用网孔电流法进行求解。支路电流和网孔电流的参考方向如图 2-14（a）中所示，其网孔①方程为

$$(R_1 + R_2)i_{11} + R_2 i_{12} = u_s$$

$$i_{12} = i_s$$

联立求解

$$i_{11} = \frac{1}{R_1 + R_2}u_s - \frac{R_2}{R_1 + R_2}i_s$$

由图 2-14（a）可知支路电流 i_1 与网孔电流 i_{11} 是相等的，即

$$i_1 = i_{11} = \frac{1}{R_1 + R_2}u_s - \frac{R_2}{R_1 + R_2}i_s = i'_1 + i''_1$$

分析上式，支路电流 i_1 由两个分量组成，一个是 $i'_1 = u_s/(R_1 + R_2)$，仅与电压源 u_s 有关；另一个 $i''_1 = -R_2 i_s/(R_1 + R_2)$，仅与电流源 i_s 有关。它们都是电路中各电源单独作用产生的结果，且是单独作用电源的一次函数。

不仿用相应的电路模型将求这两个分量电流的对应电路描述出来：

由表达式 $i'_1 = u_s/(R_1 + R_2)$ 可知，这是一个电压源与两个电阻串联组成的电路，i'_1 是电压源作用下回路中产生的电流。电流源不起作用，即 $i_s = 0$，相当于开路。对应的电路如图 2-14（b）所示。

由表达式 $i''_1 = \dfrac{-R_2}{R_1 + R_2}i_s$ 可知，这是一个电流源、两个并联电阻组成的电路，i''_1 是电流源作用下并联电阻 R_1 所在支路中产生的电流。电压源不起作用，即 $u_s = 0$，相当于短路。对应的电路如图 2-14（c）所示。

这也就是说图 2-14（a）中的支路电流 i_1 为各理想电源单独作用产生的电流之和。以上结论虽然仅是在两网孔、三支路的网络中求解支路电流，但对有 m 条支路、l 个独立回路的线性电路，求解支路电流都成立，并且也适合求电压，在此不再证明。

综合以上分析，得出以下结论：在含有多个激励源的线性电路中，任一支路的电流（或

任意两点间的电压）等于各理想激励源单独作用在该电路时，在该支路中产生的电流（或该两点间产生的电压）的代数之和。线性电路的这一性质称之为叠加定理。

激励是指电路的输入，信号源是电路的输入，电源也代表外界对电路的输入，理想激励源可以是电压源，也可以是电流源。

应用叠加定理求解电路的步骤如下：

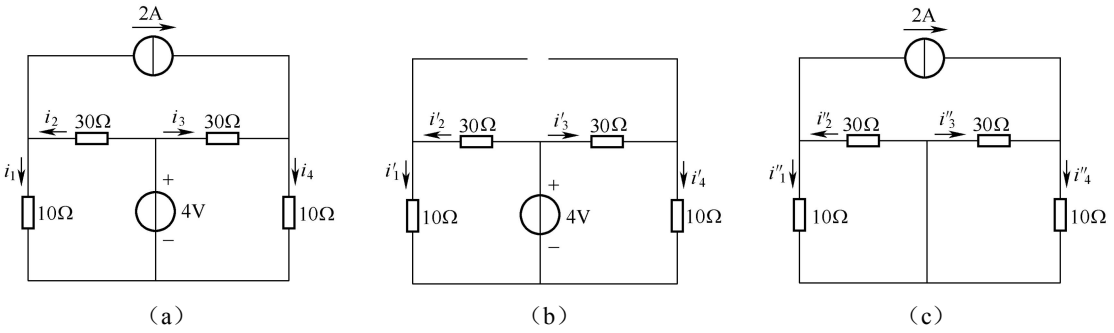
（1）将含有多个电源的电路分解成若干个仅含有单个电源的分电路，并标出每个分电路的电流或电压的参考方向。

在考虑某一电源作用时，其余的理想电源应置为零，即将理想电压源短路，理想电流源开路。如果有内阻则保留，其他的电路参数和连接形式不变。

（2）对每一个分电路进行计算，求出各相应支路的分电流、分电压。

（3）将求出的分电路中的电压、电流进行叠加，求出原电路中的支路电流、电压。叠加是代数量相加，分量与总量的参考方向一致，取“+”号；与总量的参考方向相反，则取“–”号。

【例 2-7】 试用叠加定理求图 2-15（a）所示的电路中各电阻支路的电流。



（a） （b） （c）

图 2-15 例 2-7 电路

解：（1）将图 2-15（a）所示电路分解为电压源单独作用（电流源开路）电路（如图 2-15（b）所示）和电流源单独作用（电压源短路）电路（如图 2-15（c）所示）。

（2）求出各电源单独作用电路中各电阻支路的分电流。由图 2-15（b）所示电路可求得

$$i'_1 = i'_2 = i'_3 = i'_4 = \frac{4}{10+30} = 0.1\text{A}$$

由图 2-15（c）电路可求得

$$i''_1 = \frac{30}{10+30}(-2) = -1.5\text{A}$$

$$i''_2 = 2 + i''_1 = 2 - 1.5 = 0.5\text{A}$$

$$i''_3 = \frac{10}{10+30}(-2) = -0.5\text{A}$$

$$i''_4 = 2 + i''_3 = 2 - 0.5 = 1.5\text{A}$$

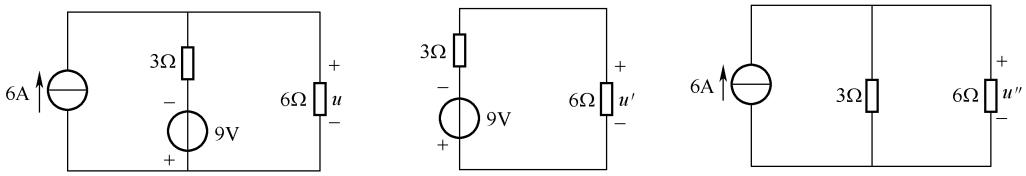
（3）根据叠加定理有

$$i_1 = i'_1 + i''_1 = 0.1 - 1.5 = -1.4\text{A}$$

$$i_2 = i'_2 + i''_2 = 0.1 + 0.5 = 0.6\text{A}$$

$$i_3 = i_3' + i_3'' = 0.1 - 0.5 = -0.4\text{A}$$
$$i_4 = i_4' + i_4'' = 0.1 + 1.5 = 1.6\text{A}$$

【例 2-8】 试用叠加定理求图 2-16（a）所示电路中的电压 u，并计算6Ω 电阻消耗的功率。



（a）　（b）　（c）

图 2-16　例 2-8 电路

解：（1）将图 2-16（a）所示电路分解为电压源单独作用的如图 2-16（b）所示的电路与电流源单独作用的如图 2-16（c）所示的电路。

（2）分别求出各分电路的待求电压。图 2-16（b）所示电路的两个电阻串联、分压，6Ω 电阻上分得电压为

$$u' = -\frac{6}{3+6} \times 9 = -6\text{V}$$

对图 2-16（c）所示电路，两个电阻并联，电压为

$$u'' = \frac{3 \times 6}{3+6} \times 6 = 12\text{V}$$

（3）根据叠加定理有　　$u = u' + u'' = -6 + 12 = 6\text{V}$

（4）6Ω电阻所消耗的功率为　　$P = \dfrac{u^2}{6} = \dfrac{6^2}{6} = 6\text{W}$

但是　　$P \neq \dfrac{u'^2}{6} + \dfrac{u''^2}{6} = \dfrac{(-6)^2}{6} + \dfrac{12^2}{6} = 30\text{W}$

这也就是说，叠加定理只适用于线性电路中电流或电压的计算，而功率与电压或电流之间不是线性关系，因此功率不能应用叠加定理进行计算。

思考与练习

2-9　电路如图 2-17 所示，应用叠加原理求电压 u。

2-10 电路中如果含有受控源，应用叠加原理求解时，因受控源不是理想激励源可保留在电路中，电路如图 2-18 所示，应用叠加原理求流过电压源的电流 i_u 和电流源两端的电压 u_i。

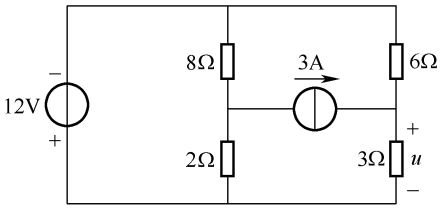


图 2-17　练习题 2-9 电路

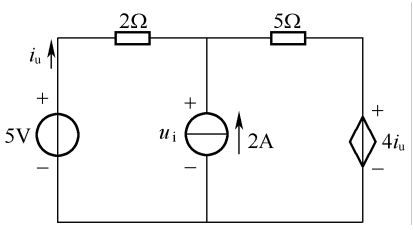


图 2-18　练习题 2-10 电路

2.5 置换定理

根据电路的等效性，置换的方法经常使用。例如两个电阻串联，可用一个电阻替代，阻值为两个电阻阻值之和；当令电路中的电源为零时，如果是电流源，可以用开路替代；如果是电压源，可用短路线替代。这种替代不会影响电路其他部分的工作状态。

置换定理是用等效变换方法求解电路时常用的一个定理。置换定理的内容是指在任意的具有唯一解的线性和非线性电路中，若已知其第 k 条支路的电压为 u_k 和电流为 i_k，无论该支路由什么元件组成，都可以把这条支路移去，而用一个理想电压源来代替，这个电压源的电压 u_s 的大小和极性与支路 k 电压 u_k 的大小和极性一致；或用一个理想电流源来代替，这个电流源的电流 i_s 的大小和极性与支路 k 电流 i_k 的大小和极性一致。若置换后电路仍有唯一的解，则不会影响电路中其他部分的电流和电压。

【例 2-9】 如图 2-19 所示是一个具有 3 条支路、2 个网孔的线性电路，$u_{s1}=30\text{V}$，$u_{s2}=24\text{V}$、$R_1=R_2=R_3=10\Omega$，按指定的各支路电流参考方向和独立回路参考方向求出各支路电流和电压。（方法很多，常用支路电流法求解。）

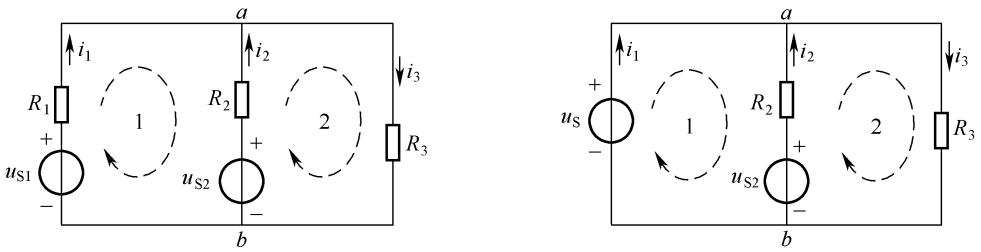


图 2-19　例 2-9 电路

解：（1）求支路电流。对图 2-19（a）列出电路方程

节点　　$-i_1-i_2+i_3=0$

回路①　　$R_1i_1-R_2i_2=u_{s1}-u_{s2}$

回路②　　$R_2i_2+R_3i_3=u_{s2}$

联立求解，得出

$$i_1=1.2\text{A};\ i_2=0.6\text{A};\ i_3=1.8\text{A}$$

（2）求支路电压。各支路电压相等，等于节点 a 的节点电压，即

$$u_a=u_1=u_2=u_3=i_3R_3=1.8\times10=18\text{V}$$

将图 2-19（a）中的 R_1 与 u_{s1} 串联的支路用一个理想电压源 u_s 置换，$u_s=u_1=18\text{V}$，极性与 u_1 相同，电路如图 2-19（b）所示。重新计算各支路电流。

已知节点 a 的电压

$$u_a=u_s=18\text{V}$$

支路电流

$$i_2=\frac{u_{s2}-u_s}{R_2}=\frac{24-18}{10}=0.6\text{A}$$

$$i_3=\frac{u_s}{R_3}=\frac{18}{10}=1.8\text{A}$$

根据基尔霍夫电流定律

$$i_1=i_3-i_2=1.8-0.6=1.2\text{A}$$

置换后所得电流i_1、i_2、i_3的值与图 2-19（a）电路用支路法所求得的值相等。虽然被置换的电压源的电流可以是任意的，但因为在置换前后，被置换的部分的工作条件没有改变，电路其他部分的结构没有改变，i_2、i_3 电流没有改变，流过电压源u_s 的电流i_1 也不会改变，是唯一的。也可以用电压源置换其他支路或用电流源进行置换，结果都是一致的。读者可以自行验证。

置换定理的应用可以从一条支路推广到一部分电路，只要这部分电路与其他电路只有两个连接点，就可以利用置换定理把电路分成两部分；也可以把一个复杂电路分成若干部分，使计算得到简化。

【例 2-10】电路如图 2-20(a)所示，已知$R_1=R_2=R_3=R_5=R_6=1\Omega$，$R_4=2\Omega$，$u_s=12\text{V}$，$i_{s7}=1\text{A}$，现已求出$i_3=2.2\text{A}$，计算其余各支路电流。

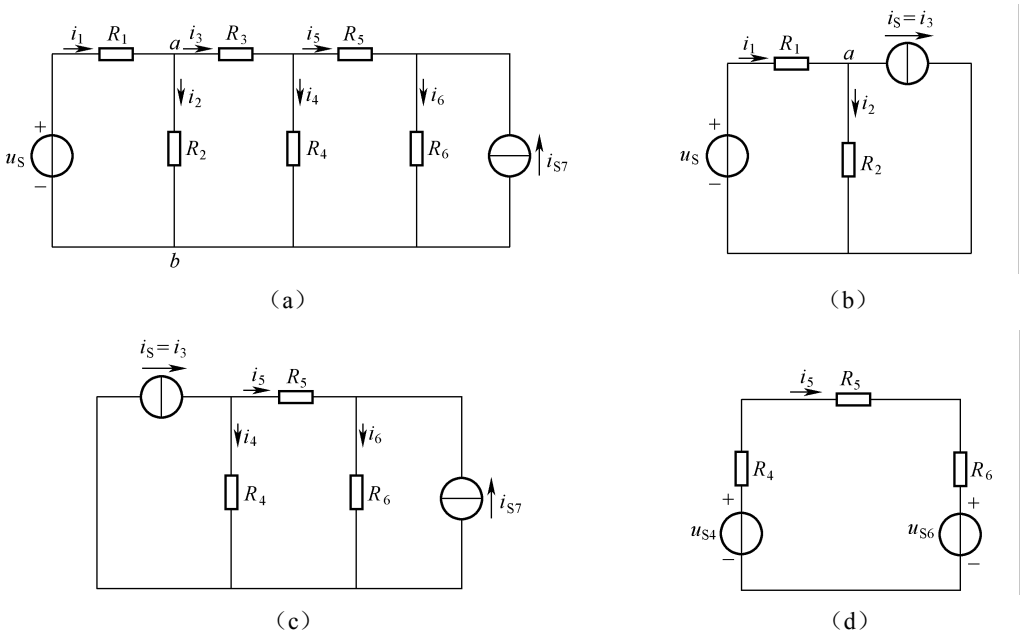


图 2-20　例 2-10 电路

解：已知$i_3=2.2\text{A}$，用一个理想电流源$i_s=i_3=2.2\text{A}$进行置换，将电路分成两部分，如图 2-20（b）和图 2-20（c）所示。

（1）计算图 2-20（b）所示电路。用节点电压法求节点 *a* 的电压

$$(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})u_a=\frac{u_s}{R_1}-i_s$$

$$u_a=\frac{\frac{u_s}{R_1}-i_s}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{\frac{12}{1}-2.2}{1+1}=4.9\text{V}$$

$$i_1=\frac{u_s-u_a}{R_1}=\frac{12-4.9}{1}=7.1\text{A}$$

$$i_2=\frac{u_a}{R_2}=\frac{4.9}{1}=4.9\text{A}$$

（2）计算图 2-20（c）所示电路。应用电源等效变换

$$u_{s4}=i_sR_4=2.2\times2=4.4\text{V}$$

$$u_{s6}=i_{s7}R_6=1\times1=1\text{V}$$

得到图 2-20（d）所示电路，求支路电流i_5

$$i_5=\frac{u_{s4}-u_{s6}}{R_4+R_5+R_6}=\frac{4.4-1}{2+1+1}=0.85\text{A}$$

根据图 2-20（c），应用基尔霍夫电流定律，得出

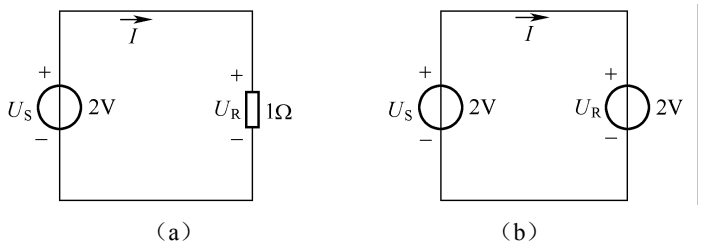
$$i_4=i_s-i_5=2.2-0.85=1.35\text{A}$$

$$i_6=i_{s7}+i_5=1+0.85=1.85\text{A}$$

在应用置换定理时，置换前后电路必须具有唯一的解，否则不能置换，电路如图 2-21（a）所示。

$$I=\frac{U_S}{R}=\frac{2}{1}=2\text{A}；\ U_R=I\times R=2\times1=2\text{V}$$

如果用 2V 的理想电压源置换电阻所在的支路，如图 2-21（b）所示。置换后，电路中的电流 i 是不确定的，解不具有唯一性，置换是不成立的。



（a）　　（b）

图 2-21　不能置换的电路

思考与练习

2-11　置换定理应用的条件是什么？

2-12　将图 2-19（a）中 R_3 所在的支路用一电压源置换，可行吗？为什么？如果可行，重新计算各支路电流。

2.6　戴维南定理和诺顿定理

只有一个输入或输出端口的电路，称为单口网络。因为只有两个引出端，又称为二端网络，如图 2-22 所示。二端网络内若含有电源则称为有源二端网络，如图 2-23 所示；二端网络内无电源则称为无源二端网络，如图 2-24（a）所示。

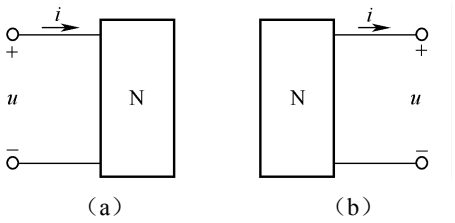


图 2-22　二端口网络框图

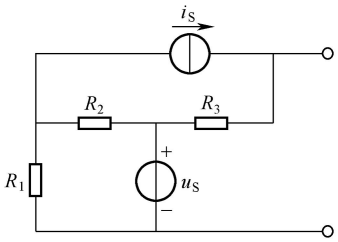


图 2-23　有源二端网络图

无源二端电阻网络无论内部电路多么复杂，对其内部进行简化，都可以等效为一个电阻，并保持网络端口的特性不变，即保持端口电压、电流的关系不变，如图 2-24（b）所示。这个电阻是从输入两端点看进去的等效电阻，称为无源二端电阻网络的入端电阻，阻值等于无源二端电阻网络端口电压与电流的比值，是表征无源二端网络端口特性的参数。

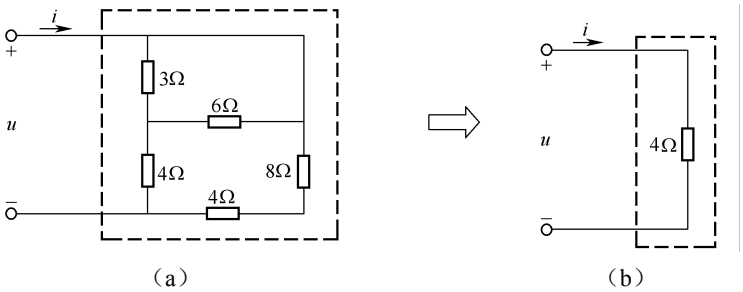


图 2-24　无源二端电阻网络及等效网络

对于有源二端网络，为了便于电路的计算，只要保持网络端口的特性不变，内部电路也是可以简化等效的，可用戴维南定理和诺顿定理进行。

2.6.1　戴维南定理

戴维南定理指出：对于任意一个线性有源二端网络，如图 2-25（a）所示，可用一个电压源及其内阻 R_S（也称为入端电阻）的串联组合来代替，如图 2-25（b）所示。电压源的电压为该网络 N 的开路电压 u_{oc}，如图 2-25（c）所示；内阻 R_S 等于该网络 N 中所有理想电源为零时，从网络两端看进去的电阻，如图 2-25（d）所示。理想电源为零即理想电压源短路，理想电流源开路。

网络 N 的开路电压 u_{oc} 的计算方法可根据网络 N 的实际情况，适当地选用所学的电阻性网络分析的方法及电源等效变换、叠加原理等进行。

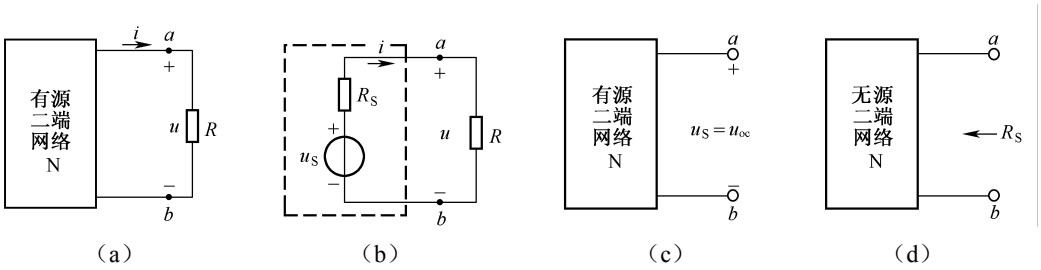


图 2-25　戴维南定理

内阻 R_s 的计算，除了可用无源二端网络的等效变换方法求出其等效电阻，还可以采用以下的方法：

（1）开路/短路法。先分别求出有源二端网络的开路电压 u_{oc} 和短路电流 i_{sc}，如图 2-26（a）、（b）所示，再根据戴维南等效电路求出入端电阻，如图 2-26（c）所示。

$$R_s = \frac{u_{oc}}{i_{sc}}$$

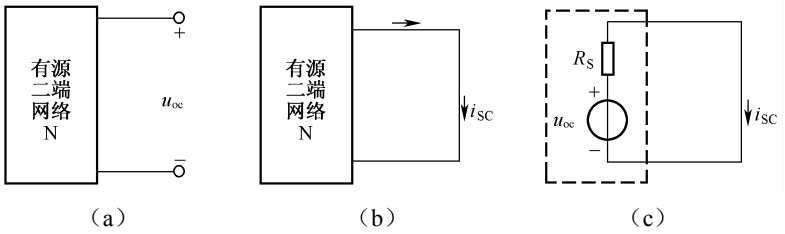


图 2-26　有源二端网络入端电阻的开路/短路法

（2）外加电源法。令网络 N 中所有理想电源为零，在所得到的无源二端网络两端之间外加一个电压源 u_s（或 i_s），如图 2-27（a）所示，求出电压源提供的电流 i_s（或电流源两端的电压 u_s），再根据图 2-27（b）求出入端电阻

$$R_s = \frac{u_s}{i_s}$$

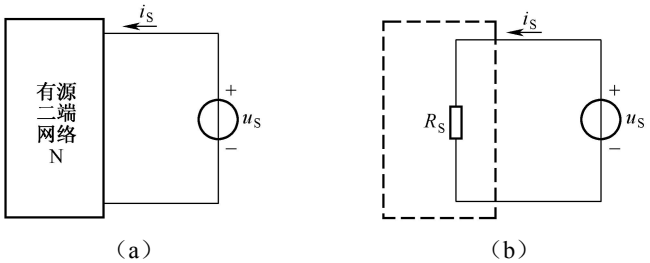


图 2-27　有源二端网络入端电阻的外加电压法

当有源二端网络中含受控源时，应该用方法（2）求输入电阻，当然也可用方法（1）。

戴维南定理特别适用于研究复杂网络中的一部分电路，或只需求出网络中某支路或负载元件的电流或电压。若用前面所学的网络分析方法虽可以进行求解，但分析计算复杂。如果将

要进行求解的支路看成是负载电路，从网络中分离出来，剩余的部分就是一个有源二端网络。有源二端网络可用戴维南定理进行等效简化，从而简化了电路的组成，使分析计算变得十分简单。以下用例题说明应用戴维南定理解题的步骤。

【例 2-11】 用戴维南定理求图 2-28（a）所示电路中的电流 I。

解：（1）将待求支路电阻 R 作为负载断开，电路的剩余部分构成有源二端网络，如图 2-28（b）所示。

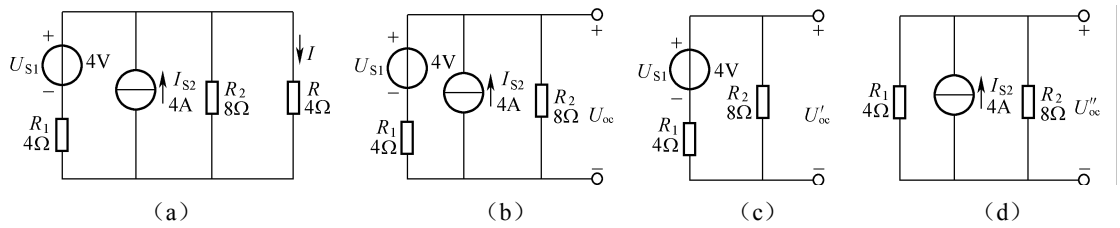


图 2-28　例 2-11 电路

（2）求网络的开路电压 U_{oc}。该例用叠加定理求解较简便，电源单独作用时的电路如图 2-28（c）、（d）所示。

$$U'_{oc}=\frac{U_{s1}}{R_1+R_2}R_2=\frac{4}{4+8}\times 8=2.667\text{V}$$

$$U''_{oc}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I_{s2}=\frac{4\times 8}{4+8}\times 4=10.667\text{V}$$

求得开路电压

$$U_s=U_{oc}=U'_{oc}+U''_{oc}=2.667+10.667=13.334\text{V}$$

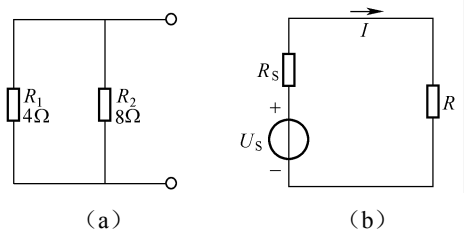


图 2-29　例 2-11 戴维南等效电路

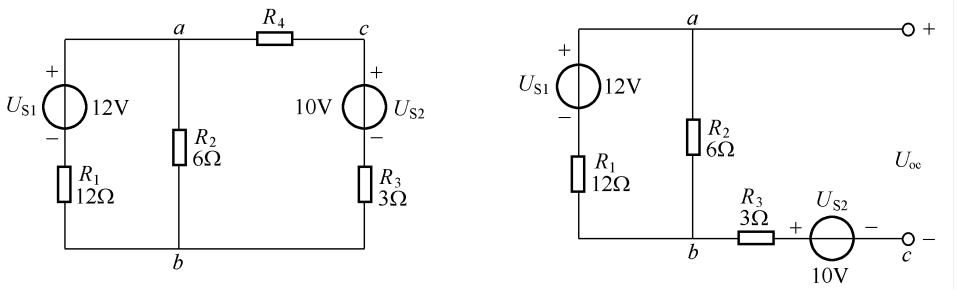
（3）求等效电压源内阻 R_s。将图 2-28（b）电路中的电压源短路、电流源开路，得到如图 2-29（a）所示无源二端网络，其等效电阻

$$R_s=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{4\times 8}{4+8}=2.667\Omega$$

画出戴维南等效电路，接入负载 R 支路，如图 2-29（b）所示，求得

$$I=\frac{U_s}{R_s+R}=\frac{13.334}{2.667+4}=2\text{A}$$

【例 2-12】 电路如图 2-30（a）所示，求 R_4 上获得最大功率时 R_4 的值，并求出 R_4 吸收的最大功率。



（a）　　（b）

图 2-30　例 2-12 电路

解：将 R_4 作为负载电阻断开，电路的剩余部分构成有源二端网络，如图 2-30（b）所示。此网络 *ab* 两端的电压为

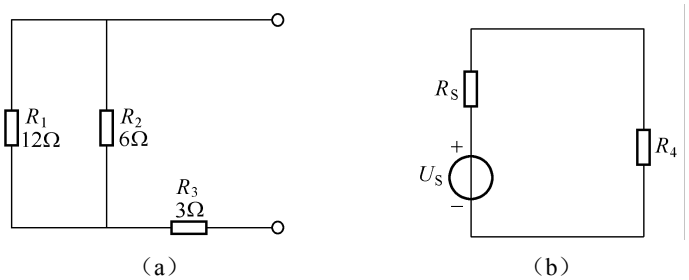
$$U_{ab}=\frac{U_{s1}}{R_1+R_2}R_2=\frac{6}{6+12}\times 12=4\text{V}$$

有源二端网络的开路电压为

$$U_s=U_{oc}=U_{ac}=U_{ab}+U_{bc}=4+10=14\text{V}$$

将图 2-30（b）电路中的电压源短路，得到如图 2-31（a）所示的无源二端网络，其等效电阻为

$$R_s=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3=\frac{12\times 6}{12+6}+3=7\Omega$$



（a）　　（b）

图 2-31　例 2-12 戴维南等效电路

画出戴维南等效电路，接入 R_4 支路，如图 2-31（b）所示。由最大功率传输定理（可以证明）可知，当 $R_4=R_s=7\Omega$ 时，R_4 可获得最大功率

$$P_{max}=\frac{U_s^2}{4R_4}=\frac{14^2}{4\times 7}=7\text{W}$$

2.6.2　诺顿定理

诺顿定理指出：对于任意一个线性有源二端网络，如图 2-32（a）所示，可用一个电流源及其内阻为 R_s 的并联组合来代替，如图 2-32（b）所示。电流源的电流为该网络 N 的短路电流 i_{sc}，如图 2-32（c）所示；内阻 R_s 等于该网络 N 中所有理想电源为零时，从网络两端看进去的电阻，如图 2-32（d）所示。

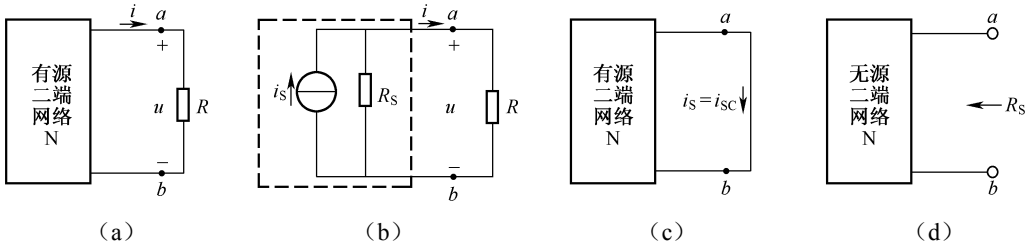


图 2-32　诺顿定理

下面用例题说明应用诺顿定理解题的方法及步骤。

【例 2-13】 求图 2-33（a）所示电路中的电流 i 。

解：（1）将待求支路电阻 R 作为负载断开，电路的剩余部分构成有源二端网络，如图 2-33（b）所示。

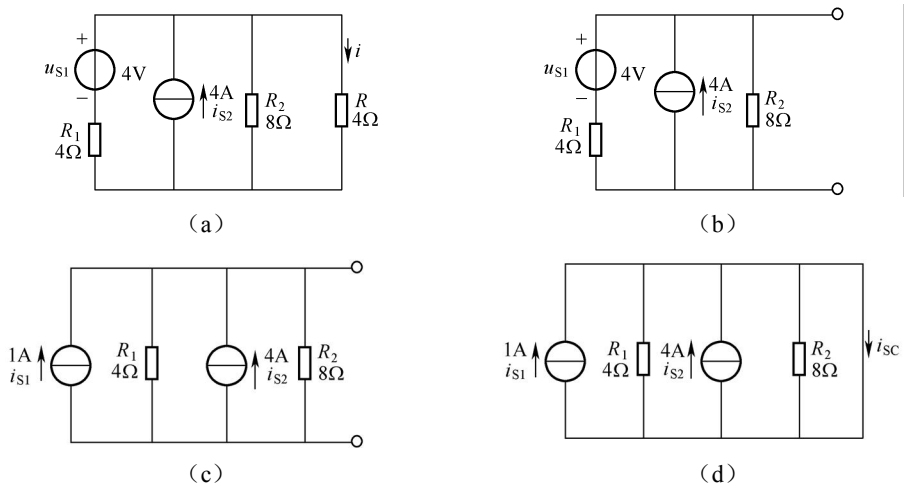


图 2-33　例 2-13 电路

（2）求网络的短路电流 i_{sc} 。可用叠加定理求解，也可用电压源—电流源等效变换方法求解，该例用电压源—电流源等效变换方法求解较简便。

将 u_{s1} 与 R_1 串联组成的实际电压源等效变换成 i_{s1} 与 R_1 并联组成的实际电流源电路，如图 2-33（c）所示。

$$i_{s1}=\frac{u_{s1}}{R_1}=\frac{4}{4}=1\text{A}$$

将图 2-33（c）电路的输出端短路，如图 2-33（d）所示，求得短路电流

$$i_s=i_{sc}=i_{s1}+i_{s2}=1+4=5\text{A}$$

（3）求等效电压源内阻 R_s 。将图 2-33（b）电路中的电压源短路、电流源开路，得到如图 2-34（a）所示无源二端网络，其等效电阻为

$$R_s=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{4\times 8}{4+8}=2.667\Omega$$

画出诺顿等效电路，接入负载 R 支路，如图 2-34（b）所示，求得

$$i=\frac{i_{\mathrm{s}}}{R_{\mathrm{s}}+R}R_{\mathrm{s}}=\frac{5}{2.667+4}\times 2.667=2\mathrm{A}$$

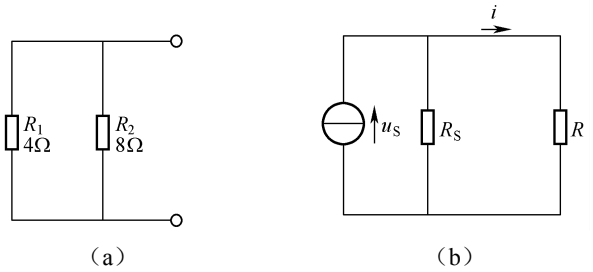


图 2-34　例 2-13 诺顿等效电路

【例 2-14】 用诺顿定理求出图 2-35（a）所示电路的各支路电流、各电源输出的功率及各电阻吸收的功率。

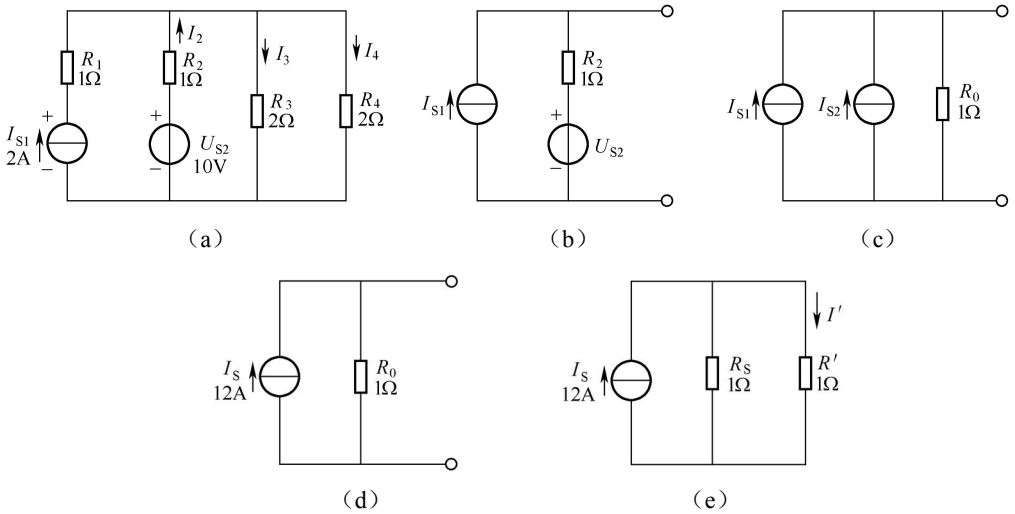


图 2-35　例 2-14 电路

解：将 R_3、R_4 并联支路看成负载，剩余部分是一个有源二端网络，与电流源串联的电阻 R_1 不影响恒流源电流的大小，所以有源二端网络如图 2-35（b）所示。利用电压源—电流源等效变换，电路如图 2-35（c）所示。

$$I_{\mathrm{s2}}=\frac{U_{\mathrm{s2}}}{R_2}=\frac{10}{1}=10\mathrm{A}$$

根据诺顿定理，将输出端短路

$$I_{\mathrm{s}}=I_{\mathrm{sc}}=I_{\mathrm{s1}}+I_{\mathrm{s2}}=2+10=12\mathrm{A}$$

将电流源开路

$$R_{\mathrm{s}}=R_0=1\Omega$$

诺顿定理的等效电路如图 2-35（d）所示。接上 R_3、R_4 并联的支路，如图 2-35（e）所示。

$$R' = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\Omega$$

$$I' = \frac{R_s}{R_s + R'} I_s = \frac{1}{1+1} \times 12 = 6\text{A}$$

由图 2-35（a）可得

$$I_3 = I_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I' = \frac{2}{2+2} \times 6 = 3\text{A}$$

根据基尔霍夫电压定律，电流源两端电压

$$U_{I_{s1}} = I_{s1} R_1 + I_3 R_3 = 2 \times 1 + 3 \times 2 = 8\text{V}$$

根据基尔霍夫电流定律

$$I_2 = I' - I_{s1} = 6 - 2 = 4\text{A}$$

故电流源发出的功率

$$P_I = I_{s1} U_{I_{s1}} = 2 \times 8 = 16\text{W}$$

电压源发出的功率

$$P_U = I_2 U_{s2} = 4 \times 10 = 40\text{W}$$

各电阻吸收的功率分别为

$$P_{R_1} = I_{s1}^2 R_1 = 2^2 \times 1 = 4\text{W}$$

$$P_{R_2} = I_2^2 R_2 = 4^2 \times 1 = 16\text{W}$$

$$P_{R_3} = I_3^2 R_3 = 3^2 \times 2 = 18\text{W}$$

$$P_{R_4} = I_4^2 R_4 = 3^2 \times 2 = 18\text{W}$$

可以验证发出功率是等于吸收功率的。

由以上例题可以看出，如果只求支路的电压、电流或功率应用戴维南定理或诺顿定理求解是比较方便的。另外，戴维南等效电路与诺顿等效电路可以互相转换，在解题时可以根据需要灵活转换。

思考与练习

2-13　用戴维南定理求图 2-36 所示电路中通过电阻 R 的电流。

2-14　将图 2-37 所示的电路简化为一个等效电流源模型。

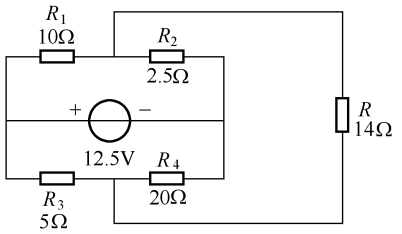


图 2-36　练习题 2-13 电路

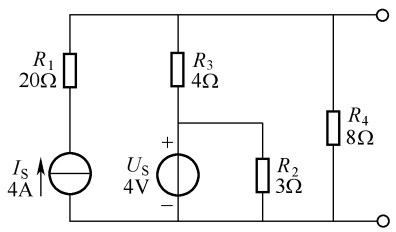


图 2-37　练习题 2-14 电路

小结

1. 支路电流法

支路电流法是以支路电流作为电路的待求量，列出与支路电流数目相等的方程。在选定各支路电流参考方向的情况下，首先应用基尔霍夫电流定律列出独立节点方程，其余的方程在独立回路选定绕行方向后，应用基尔霍夫电压定律和欧姆定律列出回路电压方程，然后联立解出各支路的电流。可以根据要求，再进一步求出其他待求量。

支路电流法适用于支路少的情况。

2. 节点电压法

参考点：在电路中任意选择一个节点为非独立节点，称此节点为参考点。

节点电压：其他独立节点与参考点之间的电压，称为该节点的节点电压。

节点电压法是以节点电压为求解电路的未知量，利用基尔霍夫定律和欧姆定律导出 $n-1$ 个独立节点的电压方程，或根据节点电压方程的一般形式代入已知的参数，自电导之和取“+”号、互电导取“–”号，流入节点的理想电流源的电流为正、流出为负，直接列出各节点电压方程，联立求解，得出各节点电压。

节点电压法适用于节点少、回路多及结构复杂、非平面电路、独立回路选择麻烦的电路的分析求解。缺点是对一般给出的电阻参数、电压源形式的电路，用节点法求解整理方程较麻烦。

3. 网孔电流法

网孔电流法是以网孔电流作为电路的变量，利用基尔霍夫电压定律和欧姆定律列出网孔电流方程，进行网孔电流的求解，然后再根据电路的要求，进一步求出待求量。

当平面电路的网孔个数少于独立节点数时，选用网孔法分析较简单；反之，选用节点法较简单。

4. 叠加定理

叠加定理是指在含有多个激励源的线性电路中，任一支路的电流（或任意两点间的电压）等于各理想激励源单独作用在该电路时，在该支路中产生的电流（或该两点间产生的电压）的代数之和。

理想激励源单独作用是考虑某一电源作用时，其余的理想电源应为零的情况，即理想电压源短路，理想电流源开路。如果有内阻则保留，其他的电路参数和连接形式不变。

叠加是代数量相加，当分量与总量的参考方向一致，分量取“+”号；分量与总量的参考方向相反，则取“–”号。

叠加定理只适用于线性电路中电流或电压的计算，而功率不能应用叠加定理进行计算。

5. 戴维南定理和诺顿定理

戴维南定理指出：对于任意一个线性有源二端网络，可用一个电压源及内阻为 R_S 的串联组合来代替。电压源的电压为该网络 N 的开路电压 U_{oc}，内阻 R_S 等于该网络 N 中所有理想电源为零时，从网络两端看进去的电阻。

诺顿定理指出：对于任意一个线性有源二端网络，可用一个电流源及内阻为 R_S 的并联组合来代替。电流源的电流为该网络 N 的短路电流 I_{sc}，内阻 R_S 等于该网络 N 中所有理想电源为零时，从网络两端看进去的电阻。

内阻 R_s 的计算方法有如下三种：

（1）直接法。所有理想电源为零时，无源二端网络的等效电阻。

（2）开路/短路法。先分别求出有源二端网络的开路电压 U_{oc} 和短路电流 I_{sc}，再根据戴维南等效电路求出入端电阻

$$R_s = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$$

（3）外加电源法。令网络 N 中所有理想电源为零，在所得到的无源二端网络两端之间外加一个电压源 U_s（或 I_s），求出电压源提供的电流 I_s（或电流源两端的电压 U_s）。入端电阻

$$R_s = \frac{U_s}{I_s}$$

6. 置换定理

置换定理是指在任意的具有唯一解的线性和非线性电路中，若已知其第 k 条支路的电压为 U_k 和电流为 I_k，无论该支路由什么元件组成，都可以把这条支路移去，而用一个理想电压源来代替，这个电压源的电压 U_s 的大小和极性与 k 支路电压 U_k 的大小和极性一致；或用一个理想电流源来代替，这个电流源的电流 I_s 的大小和极性与 k 支路电流 I_k 的大小和极性一致。若置换后电路仍有唯一的解，则不会影响电路中其他部分的电流和电压。

练习二

2-1　试用支路电流法求解图 2-38 所示电路中的各支路电流。

2-2　电路如图 2-39 所示，试用支路电流法求解各支路电流。

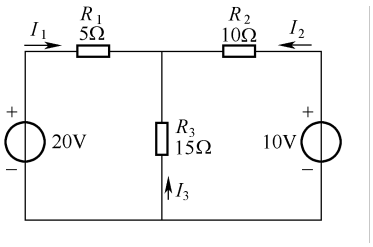


图 2-38　练习题 2-1 电路

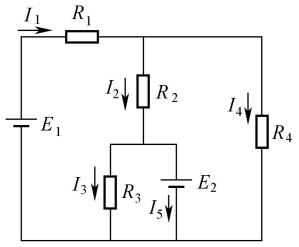


图 2-39　练习题 2-2 电路

2-3　电路如图 2-40 所示，试求电路中 2Ω电阻上的电压。

2-4　用节点电压法求解图 2-41 所示电路中的电压 u_{ab}。

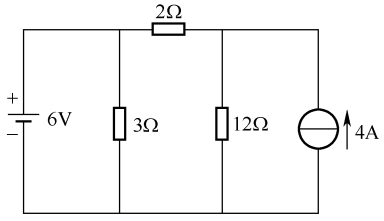


图 2-40　练习题 2-3 电路

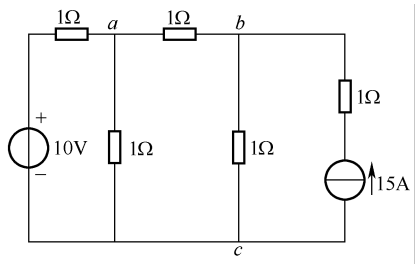


图 2-41　练习题 2-4 电路

2-5　试求解图 2-42 所示电路中通过二极管 VD 的电流 I（VD 为理想二极管，即正向电阻为 0）。

2-6　求图 2-43 所示电路中 A、B、C 点的电位值及流过 2Ω电阻的电流。

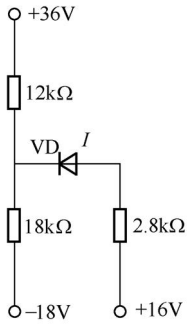


图 2-42　练习题 2-5 电路

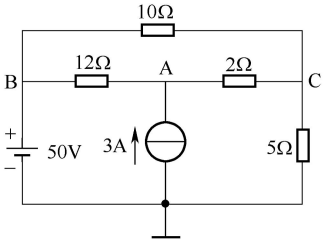


图 2-43　练习题 2-6 电路

2-7　用节点电压法求解图 2-44 所示电路中的电流 I_s 和 I_0。

2-8　用网孔电流法求解图 2-45 所示电路中两电阻支路的电流 I_1 和 I_2。

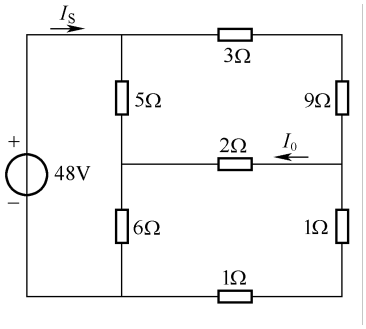


图 2-44　练习题 2-7 电路

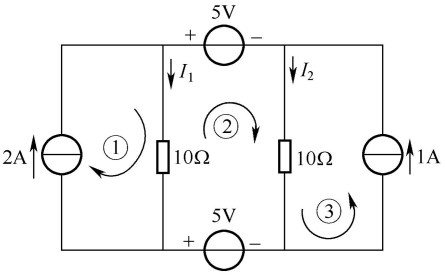


图 2-45　练习题 2-8 电路

2-9　用网孔电流法求解图 2-46 所示电路中的各支路电流。

2-10　用网孔电流法求解图 2-47 所示电路中的电压 U_0。

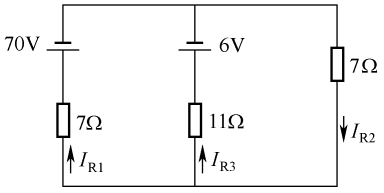


图 2-46　练习题 2-9 电路

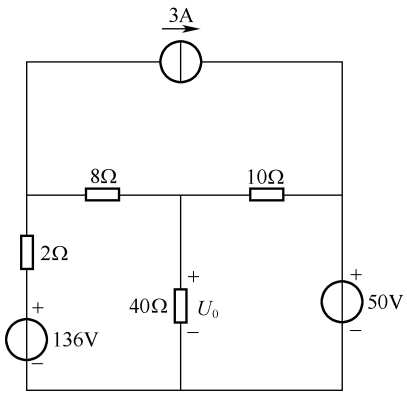


图 2-47　练习题 2-10 电路

2-11　求解图 2-48 所示电路中各电源提供的功率。

2-12　用叠加定理求解图 2-49 所示电路中的 I_x 和 U_x。

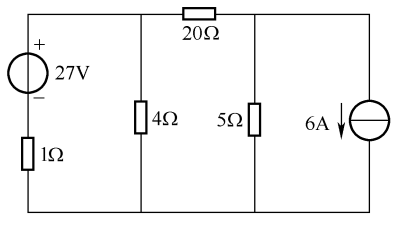


图 2-48　练习题 2-11 电路

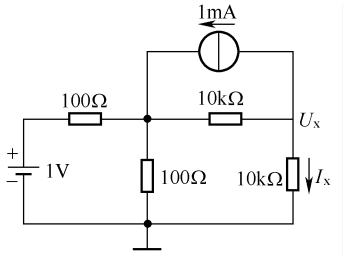


图 2-49　练习题 2-12 电路

2-13　求解图 2-50 所示电路中的电流 I。

2-14　试用置换定理求解图 2-51 所示电路中 R_x 为多少欧姆时，25V 电压源中的电流为 0？

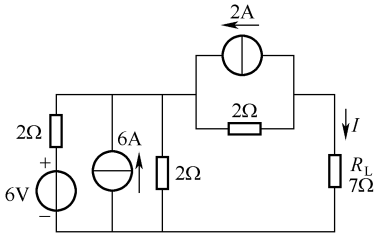


图 2-50　练习题 2-13 电路

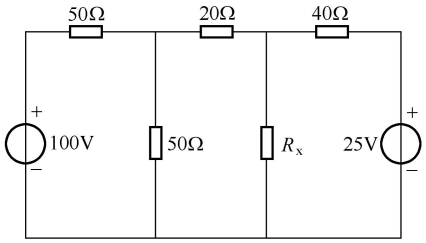


图 2-51　练习题 2-14 电路

2-15　试求图 2-52 所示电路中的电流 i。

2-16　运用戴维南定理求解图 2-53 所示电路中 2kΩ电阻上流过的电流 I。

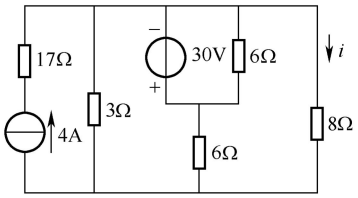


图 2-52　练习题 2-15 电路

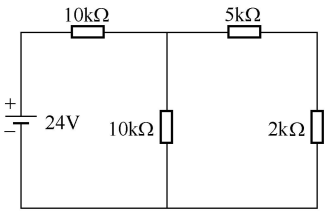


图 2-53　练习题 2-16 电路

2-17　电路如图 2-54 所示，试求通过 3Ω电阻的电流 I。

2-18　电路如图 2-55 所示，求当 $R_L = 25\Omega$ 时 R_L 吸收的功率。

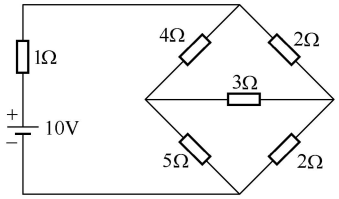


图 2-54　练习题 2-17 电路

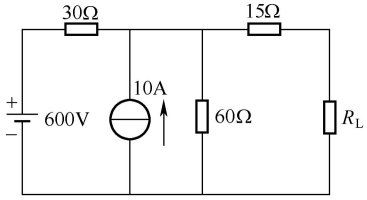


图 2-55　练习题 2-18 电路

2-19　试用诺顿定理求图 2-56 所示电路中 4Ω电阻中流过的电流。

2-20　图 2-57 所示电路中负载电阻 R_L 等于多大时其上可获得最大功率？并求该最大功率 P_{Lmax}。

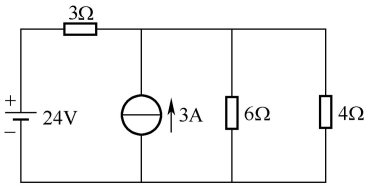


图 2-56　练习题 2-19 电路

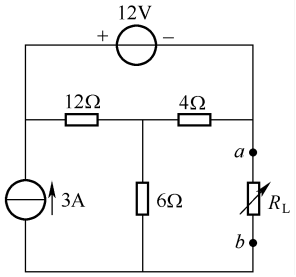


图 2-57　练习题 2-20 电路

2-21　试求图 2-58 所示电路中3Ω 电阻上的电压U_{ab}。

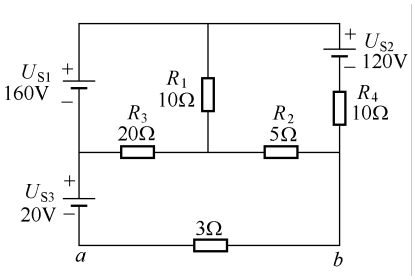


图 2-58　练习题 2-21 电路