

绪 论

材料力学是固体力学的一个基础分支，广泛应用于各个工程领域，如飞机、火车、汽车、轮船、挖掘机、拖拉机、杆塔、井架、锅炉、房屋、桥梁等机器、设备或建筑结构的工程设计，都必须用到材料力学的基本知识。对于高等工科院校的学生和各工程领域的工程师来说，材料力学是必须掌握的理论。

0.1 材料力学的基本要求

机械或工程结构都由构件组成，图 0.1 所示桥式起重机的主梁、吊钩、钢丝绳，图 0.2 所示悬臂吊车架的横梁 AB 、斜杆 CD ，都是构件。在正常工作状态下，构件都要直接或间接受到相邻构件传递来的载荷作用，如建筑物的梁承受自身重力和其他物体的作用。构件一般由固体制成。在外力作用下，固体具有抵抗破坏的能力，但载荷过大，构件就会断裂；同时，在外力的作用下，固体的尺寸和形状会发生变化，称为变形。

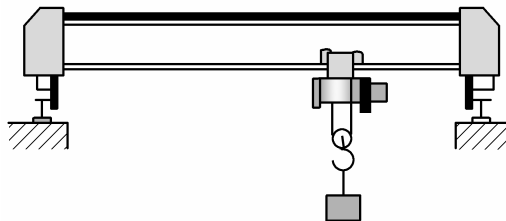


图 0.1

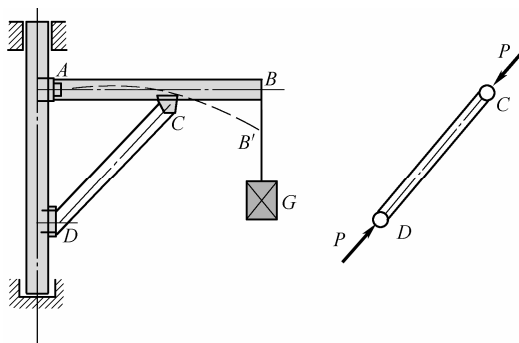


图 0.2

为保证正常工作，构件应具有足够的能力负担所承受的载荷，即具备足够的承载能力。因此，构件应当满足强度要求、刚度要求和稳定性要求。

0.1.1 强度要求

强度要求是指构件在确定的外力作用下，不发生断裂或过量的塑性变形。例如，储气罐不应爆破；机器中的齿轮轴不应断裂失效；建筑物的梁和板不应发生较大的塑性变形。强度要求就是指构件应有足够抵抗破坏的能力。

0.1.2 刚度要求

刚度要求是指构件在确定的外力作用下，其弹性变形或位移不超过工程允许的范围。例如，图 0.3 中机床主轴不应变形过大，否则影响加工精度；图 0.4 是简易桥梁在载荷作用下的计算简图，在设计时要保证简易桥梁的变形在许可的范围内。

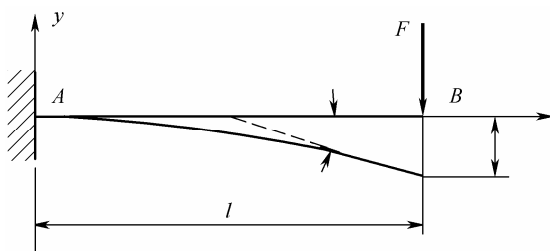


图 0.3

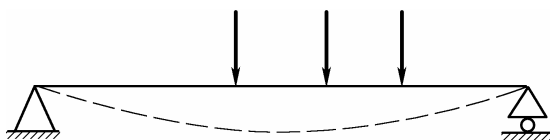


图 0.4

再如，图 0.1 中桥式起重机主梁变形过大，会使小车出现爬坡现象，引起振动；铁路桥梁变形过大，会引起火车脱轨、翻车。

刚度要求就是指构件应有足够抵抗变形的能力。

0.1.3 稳定性要求

构件在某种受力方式下，其平衡形式不会发生突然转变。例如，细长的杆件受压时，工程中要求它们始终保持直线的平衡形态。但当受压力过大，达到某一数值时，压杆的直线平衡形态会变成不稳定平衡形态而失去进一步承载的能力，

这种现象称为压杆的失稳。例如，受均匀外压力的薄壁圆筒，当外压力达到某一数值时，由原来的圆筒形的平衡变成椭圆形的平衡，此为薄圆筒的失稳。失稳往往是突然发生的，会造成严重的工程事故。稳定性要求就是构件应具有足够保持原有平衡形态的能力。

一般来说，选用高强度的材料或增加构件的截面尺寸，可使构件具有足够的承载能力。但过分强调安全，构件的尺寸选得过大或不恰当地选用质量较好的材料，又会使构件的承载能力得不到充分发挥，从而既浪费材料，又增加机械的重量和成本。为此材料力学的任务就是在满足强度要求、刚度要求、稳定性要求的前提下，为设计既安全又经济的构件，提供必要的理论基础和计算方法。

构件的强度、刚度和稳定性问题均与所用材料的力学性能有关，同样尺寸、形状的构件，当分别由不同的材料制成时，它们的强度、刚度和稳定性也各不相同。构件的强度、刚度和稳定性的研究离不开对材料的力学性质的研究，而材料的力学性质需要通过试验的方法来测定，因此，实验研究和理论分析是完成材料力学任务所必需的手段。

0.2 变形固体的基本假设

理论力学中所研究的固体都是刚体，即在外力作用下，物体的大小和形状都保持不变。实际上，自然界中所有的固体都是变形体，即在外力作用下，一切固体都将发生变形，故称为变形固体。

由于变形固体种类繁多，工程材料中有金属与合金、工业陶瓷、聚合物等，其性质很复杂，对用变形固体制成的构件进行强度、刚度和稳定性计算时，为了简化，经常略去材料的次要性质，对其做下列假设。

0.2.1 连续性假设

连续性假设认为整个物体在所占空间内毫无空隙地充满物质。实际上，由物质的微观结构可知，物体内部是存在空隙的，但这些空隙的大小与构件的尺寸相比非常微小，因此，认为材料密实不会影响对其宏观力学性能的研究，即固体在其整个体积内是连续的。可把力学量表示为固体点的位置坐标的连续函数。

0.2.2 均匀性假设

均匀性假设认为物体内的任何部分，其力学性能相同，与其所在位置无关，即从固体内任意取出一部分，无论从何处取也无论取多少，其性能总是一样的。

如果物体是由两种或者两种以上介质组成的，如混凝土构件由水泥、石子、沙子均匀搅拌而成，那么在只有石子处与只有沙子处其强度应是不同的，但是只要每一种物质的颗粒远远小于物体的几何形状，并且在物体内部均匀分布，从宏观意义上讲，也可以视为均匀材料，因此认为混凝土构件各处有相同的强度。对于明显的非均匀物体，如环氧树脂基碳纤维复合材料，不能处理为均匀材料。

0.2.3 各向同性假设

各向同性假设认为，材料沿各方向的力学性质均相同。例如，由晶体构成的金属材料，由于单晶体是各向异性的，微观上显然不是各向同性的。但是由于晶体尺寸极小，而且排列是随机的，因此宏观上，材料性能可认为是各向同性的。沿不同方向的力学性质不相同的材料，称为各向异性材料。例如，木材顺纹方向与横纹方向的力学性质有显著的差别。材料力学研究的对象只限于各向同性的可变形固体。

构件在外力作用下将发生变形。当外力不超过一定限度时，构件在外力去掉后均能恢复原状，外力去掉后能消失的变形称为弹性变形。当外力超过某一限度时，则在外力去掉后只能部分复原而残留一部分不能消失的变形，不能消失而残留下来的变形称为塑性变形。大多数构件在正常工作条件下均要求其材料仅发生弹性变形。所以在材料力学中所研究的大部分问题局限在弹性变形范围内。

综上所述，材料力学是研究连续、均匀、各向同性的变形固体，在微小的弹性变形内的强度、刚度、稳定性问题的一门学科。

0.3 研究对象（杆件）的几何特征

实际构件有各种不同的形状。材料力学研究的构件主要是杆件，杆件是纵向（长度方向）尺寸远大于横向（垂直于长度方向）尺寸的构件。房屋的梁、柱及传动轴等一般都被抽象为杆件。杆件的几何要素是横截面和轴线，其中横截面是与轴线垂直的截面，轴线是横截面形心的连线。

杆件按轴线的形状可分为直杆和曲杆，其中轴线为直线的杆件为直杆，如图 0.5 所示，轴线为曲线的杆件为曲杆，如图 0.6 所示。杆件按截面的形状不同可分为等截面杆和变截面杆。横截面形状和大小不变的杆称为等截面杆，其他的则称为变截面杆。材料力学研究的大多数是等截面的直杆，简称“等直杆”。

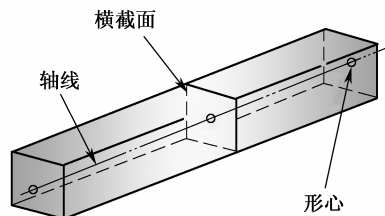


图 0.5

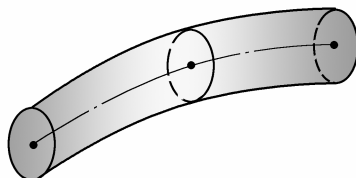


图 0.6

0.4 内力、截面法和应力的概念

0.4.1 内力（附加内力）

物体在受外力变形时，其内部各部分之间由于相对位置发生改变而引起的相互作用就是内力。

当物体不受外力作用时，内部各质点之间存在着相互作用力，也称为内力。但材料力学中所指的内力是与外力和变形有关的内力，即随着外力的作用而产生，随着外力的增加而增大，当达到一定数值时会引起构件破坏的内力，称为附加内力。为简便起见，今后统称为内力。

0.4.2 截面法

进行强度、刚度计算必须由已知的外力确定未知的内力，内力分布在横截面的各点上（在截面上是连续分布的），只有用假想的截面将杆件截成两部分时才能表现出来，这种显示内力的方法称为截面法。截面法的步骤可用截、取、代、平 4 个字代替。

- （1）截：欲求某一截面上的内力，用一假想平面将物体分为两部分。
- （2）取：取其中任意一部分为研究对象，而弃去另一部分。
- （3）代：用作用于截面上的内力，代替舍弃部分对留下部分的作用力。
- （4）平：建立留下部分的平衡方程，由外力确定未知的内力。

图 0.7 所示为截面法的求解过程，内力表示为连续分布力，用平衡方程可求其分布内力的合力。

截面法的概念非常重要，其关键是截开杆件取脱离体，使得杆件的截面内力转化为脱离体上的外力，再用平衡条件对未知内力进行分析和计算。

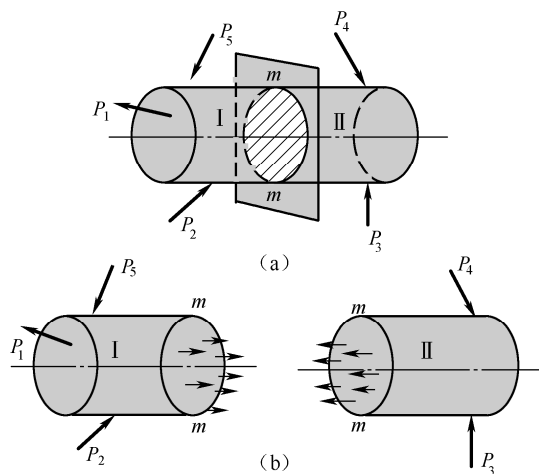


图 0.7

0.4.3 应力

用截面法求得的内力不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度，要研究内力在截面上的分布规律需引入内力集度的概念。

如图 0.8 所示，围绕 M 点取微小面积 ΔA 。根据均匀连续假设， ΔA 上必存在分布内力，设它的合力为 ΔF ， ΔF 与 ΔA 的比值为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

p_m 是一个矢量，代表在 ΔA 范围内，单位面积上内力的平均集度，称为平均应力。当 ΔA 趋于 0 时， p_m 的大小和方向都将趋于一定极限，如图 0.9 所示，即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

p 称为 M 点处的（全）应力。通常把应力 p 分解成垂直于截面的分量 σ 和切于截面的分量 τ ， σ 称为正应力， τ 称为剪应力或切应力。

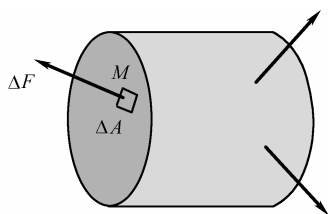


图 0.8

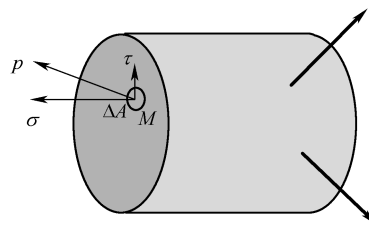


图 0.9

应力即单位面积上的内力，表示某微截面积（ $\Delta A \rightarrow 0$ ）处内力的密集程度。

在国际单位制中，应力的单位是 N/m^2 ， $1\text{N/m}^2 = 1\text{Pa}$ （帕斯卡）。实际应用中，由于应力数值较大，因此常用的单位有 MPa 和 GPa ，其中 $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$ ， $1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}$ 。

0.5 杆件变形的基本形式

由于杆件受力情况不同，因此相应的变形就有各种不同形式。在工程结构中，杆件的基本变形有以下 4 种。

0.5.1 轴向拉伸（或压缩）

在一对作用线与直杆轴线重合且大小相等、方向相反的外力作用下，直杆的主要变形是长度的伸长或缩短，这种变形形式称为轴向拉伸，如图 0.10 所示，或称为轴向压缩，如图 0.11 所示（实线为受力前的形状，虚线为受力后的形状）。

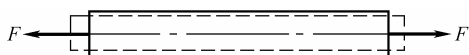


图 0.10

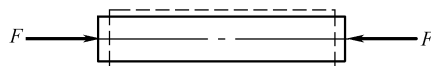


图 0.11

0.5.2 剪切

如图 0.12 所示，在一对大小相等、方向相反、作用线相互平行且相距很近的外力作用下，受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动，这种变形形式称为剪切。

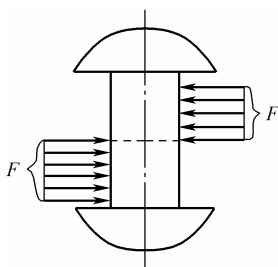


图 0.12

0.5.3 扭转

如图 0.13 所示，在一对转向相反且作用在与杆轴线相互垂直的两平面内的外

力偶作用下，直杆的相邻横截面将绕轴线发生相对转动，而轴线仍维持直线，这种变形形式称为扭转。

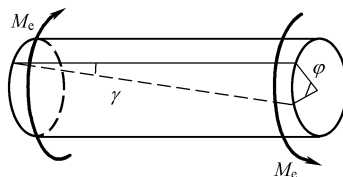


图 0.13

0.5.4 弯曲

如图 0.14 所示，在垂直于杆件轴线的横向力，或一对作用于包含杆轴的纵向平面的大小相等、方向相反的力偶的作用下，杆件轴线由直线变为受力平面内的曲线，这种变形形式称为弯曲。



图 0.14

杆件同时发生几种基本变形，称为组合变形。

第 1 章 轴向拉伸与压缩

1.1 轴向拉伸与压缩的概念

在工程实际中，经常有杆件承受轴向拉伸或压缩，例如，图 1.1 所示为桁架中的拉杆和压杆，图 1.2 所示为用于连接的螺栓，图 1.3 所示为气缸工作时的活塞杆，图 1.4 所示为组成起重机塔架的杆件。虽然杆件的外形各有差异，加载形式也不同，但这类杆件的受力特点是外力或外力合力的作用线与杆轴线重合；其变形特点是杆件沿着杆的轴向方向伸长或缩短。这种变形形式称为轴向拉伸或压缩，这类构件称为拉杆或压杆。本章只研究直杆的拉伸与压缩，可将这类杆件的形状和受力情况进行简化，得到图 1.5 所示的受力与变形的示意图，图中的实线为受力前的形状，虚线为变形后的形状。

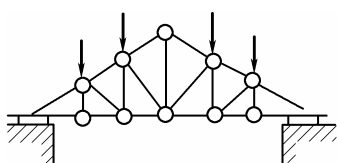


图 1.1

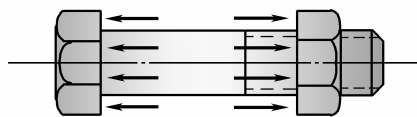


图 1.2

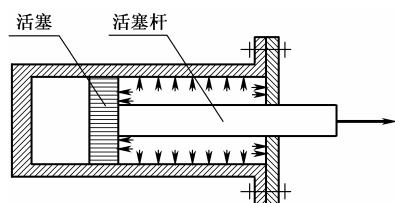


图 1.3

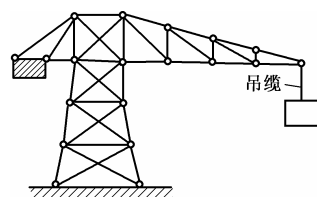


图 1.4

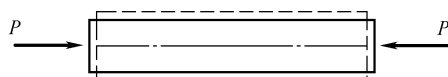
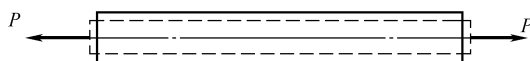


图 1.5

1.2 拉（压）杆的内力计算

1.2.1 轴力

取一等直杆，在两端施加一对大小相等、方向相反、作用线与直杆轴线重合的外力，使其产生轴向拉伸变形，如图 1.6 (a) 所示。为了显示拉杆横截面上的内力，采用绪论中介绍的截面法，取横截面 $m-m$ 将拉杆分成两段。分别取左半部分或右半部分为研究对象，杆件的任意部分均应保持平衡，设内力为 F_N ，如图 1.6 (b) 和 (c) 所示。由于外力 F 的作用线与杆件轴线重合，因此 F_N 的作用线也与杆件轴线重合，故称 F_N 为轴力。由静力平衡方程 $\sum F_x = 0$ 有 $F_N + (-F) = 0$ ，得 $F_N = F$ 。

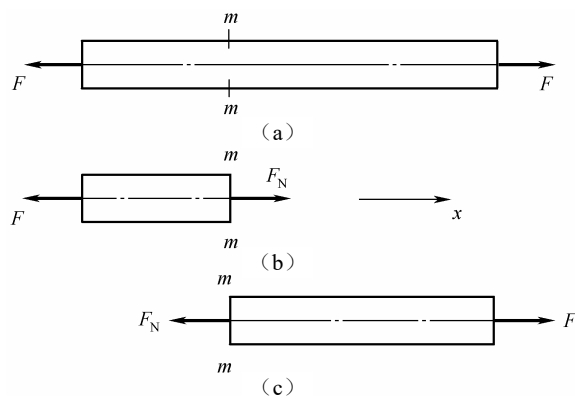


图 1.6

为了使左右两部分求得同一横截面上的轴力具有相同的结果，对轴力的符号做如下规定：使杆件产生纵向伸长的轴力为正（轴力离开截面），称为拉力；使杆件产生纵向缩短的轴力为负（轴力指向截面），称为压力。

1.2.2 轴力图

如果杆件受到的外力多于两个，则杆件不同部分的横截面上有不同的轴力。为表明横截面轴力沿杆横截面位置的变化情况，以与杆件轴线平行的坐标轴表示各横截面的位置，以垂直于该坐标轴的方向表示相应的轴力值，这样作出的图形称为轴力图。轴力图能够直观地表示出杆件各横截面的轴力的变化情况，习惯上将正值的轴力画在坐标轴上侧，负值的轴力画在坐标轴下侧。

例 1.1 一等直杆，其受力情况如图 1.7 所示，试作其轴力图。

解：如图 1.8 (a) 所示，在 AB 之间任取一横截面 1-1，使用截面法，取左半部分为研究对象，画受力图，由静力平衡条件 $\sum F_x = 0$ 列方程：

$$F_{N1} - 6 = 0, \quad F_{N1} = 6 \text{ kN}$$

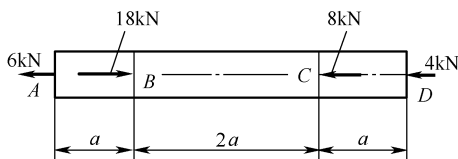


图 1.7

如图 1.8 (b) 所示，在 BC 之间任取一横截面 2-2，使用截面法，取左半部分为研究对象，画受力图，由静力平衡条件列方程：

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N2} + 18 - 6 = 0, \quad F_{N2} = -12 \text{ kN}$$

如图 1.8 (c) 所示，在 CD 之间任取一横截面 3-3，使用截面法，取右半部分为研究对象，画受力图，由静力平衡条件列方程：

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N3} + 4 = 0, \quad F_{N3} = -4 \text{ kN}$$

由 AB 、 BC 、 CD 段内轴力的大小和符号，画出轴力图，如图 1.8 (d) 所示。

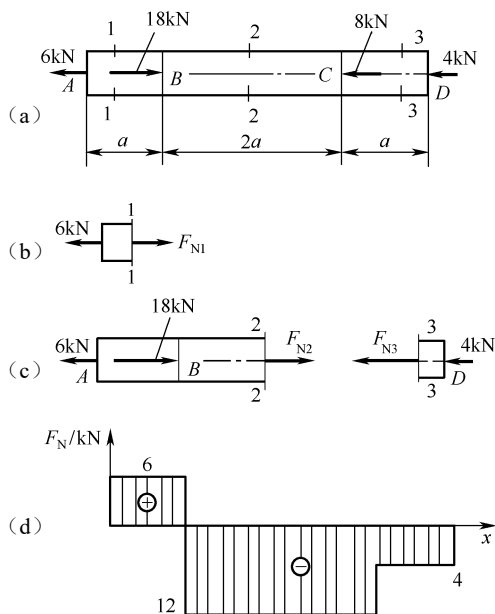


图 1.8

1.3 拉（压）杆横截面及斜截面上的应力

1.3.1 横截面上的应力

1.2 节介绍了杆件轴力的求法，但是仅知道杆件横截面上的轴力，并不能判断杆在外力作用下是否会因强度不足而破坏。例如，两根材料相同但粗细不同的直杆，在同样大小的拉力作用下，两杆横截面上的轴力也相同，随着拉力逐渐增大，细杆必定先被拉断。这说明杆件强度不仅与轴力大小有关，还与杆件横截面面积有关，即用横截面上的内力分布集度（应力）来度量杆件的强度。

如图 1.9 (a) 所示的等直杆，在其侧面作两条垂直于轴线的横线 ab 和 cd ，在两端施加轴向拉力 F ，观察发现，在杆件变形过程中， ab 和 cd 保持为直线，且仍然与轴线垂直，只是分别平移到了 $a'b'$ 和 $c'd'$ [图 1.9 (a) 中的虚线]。根据此现象，从变形的可能性出发，可以做出假设：原为平面的横截面变形后仍保持为平面，且垂直于轴线，这个假设称为平面假设。该假设意味着杆件变形后任意两个横截面之间所有纵向线段的伸长相等。根据材料的均匀连续性假设推断：横截面上的应力均匀分布，且方向垂直于横截面，即横截面上只有正应力 σ 且均匀分布，如图 1.9 (b) 所示。

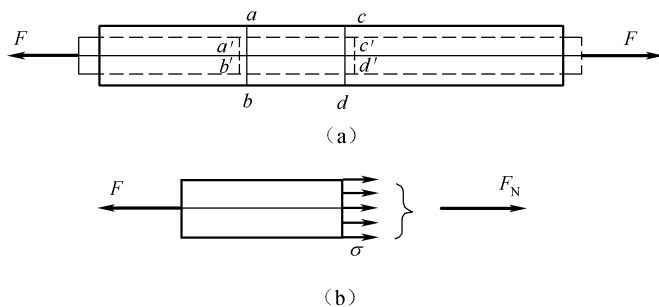


图 1.9

设杆的横截面面积为 A ，微面积 dA 上的内力分布集度为 σ ，由静力关系得

$$F_N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma A$$

拉杆横截面上正应力 σ 的计算公式为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (1.1)$$

式中： σ 为横截面上的正应力， A 为横截面面积， F_N 为横截面上的轴力。公式 (1.1)

也同样适用于轴向压缩的情况。当 F_N 为拉力时, σ 为拉应力; 当 F_N 为压力时, σ 为压应力, 根据内力正负号的规定, 拉应力为正, 压应力为负。

需要说明的是, 正应力均匀分布的结论只在杆上离外力作用点较远的部分才成立, 在载荷作用点附近的截面上有时是不成立的。这是因为在实际构件中, 载荷以不同的加载方式作用于构件, 这对截面上的应力分布是有影响的。实验研究表明, 加载方式的不同, 只对作用力附近截面上的应力分布有影响, 这个结论称为圣维南原理。根据这一原理, 在拉(压)杆中, 离外力作用点稍远的横截面上, 应力分布为均匀分布。在拉(压)杆的应力计算中一般直接用公式(1.1)。

当杆件受多个外力作用时, 可通过作轴力图的方法求得最大轴力 $F_{N\max}$, 如果是等截面直杆, 利用公式(1.1)就可求出杆内最大正应力 $\sigma_{\max} = F_{N\max} / A$; 如果是变截面杆件, 则需要求出每段杆件的轴力, 利用公式(1.1)分别求出每段杆件上的正应力, 经过比较确定最大正应力 $\sigma_{\max}$ 。

例 1.2 变截面杆受力如图 1.10 (a) 所示, $A_1 = 400\text{mm}^2$, $A_2 = 300\text{mm}^2$, $A_3 = 200\text{mm}^2$ 。试求:

- (1) 绘出杆的轴力图。
- (2) 计算杆内各段横截面上的正应力。

解: (1) 杆的轴力图如图 1.10 (b) 所示, 各段的轴力为

$$F_{N1} = -10\text{kN}, \quad F_{N2} = -40\text{kN}, \quad F_{N3} = 10\text{kN}$$

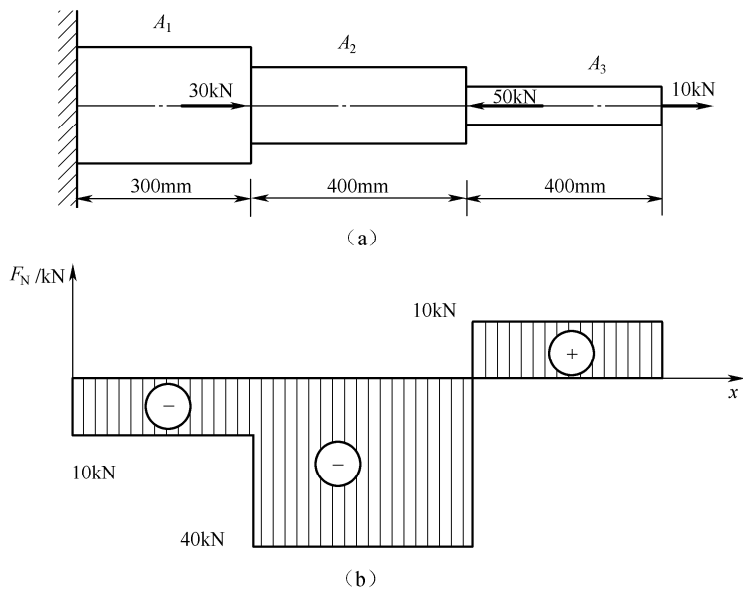


图 1.10

(2) 各段横截面上的正应力为

$$\sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{-10 \times 10^3}{400 \times 10^{-6}} = -2.5 \times 10^7 \text{ Pa} = -25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{-40 \times 10^3}{300 \times 10^{-6}} = -13.3 \times 10^7 \text{ Pa} = -133 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \frac{F_{N3}}{A_3} = \frac{10 \times 10^3}{200 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^7 \text{ Pa} = 50 \text{ MPa}$$

其中负号表示为压应力。

1.3.2 斜截面上的应力

实验表明, 拉(压)杆的破坏并不总在横截面上发生, 有些拉(压)杆的破坏发生在斜截面。为了全面研究杆件的强度, 还需要讨论斜截面上的应力情况。

设等直杆受到轴向拉力 F 的作用, 横截面面积为 A , 用任意斜截面 $m-m$ 将杆件假想地切开, 设斜截面的面积为 A_α , 斜截面的外法线与 x 轴的夹角为 α , 如图 1.11 (a) 所示。 A 与 A_α 之间有

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$$

设 $F_{N\alpha}$ 为截面 $m-m$ 上的内力, 由左段平衡求得 $F_{N\alpha} = F$, 如图 1.11 (b) 所示。依照横截面上应力的推导方法, 可知斜截面上各点处应力均匀分布, 用 p_α 表示其上的应力, 则

$$p_\alpha = \frac{F_{N\alpha}}{A_\alpha} = \frac{F \cos \alpha}{A} = \sigma \cos \alpha$$

式中: σ 为横截面上的正应力。将应力 p_α 分解成沿斜截面法线方向的正应力 σ_α 和沿斜截面切线方向的切应力 τ_α , 如图 1.11 (c) 所示。规定切应力对研究对象内任意点绕顺时针方向转动为正, 反之为负。规定 α 由 x 轴转到斜截面外法线逆时针方向为正, 反之为负。

由图 1.11 (c) 可知

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha \quad (1.2)$$

$$\tau_\alpha = p_\alpha \sin \alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \quad (1.3)$$

讨论式 (1.2) 和式 (1.3):

(1) 当 $\alpha = 0$ 时, 横截面 $\sigma_{\alpha \max} = \sigma$, $\tau_\alpha = 0$ 。

(2) 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 斜截面 $\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{2}$, $\tau_{\alpha \max} = \frac{\sigma}{2}$ 。

(3) 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 纵向截面 $\sigma_\alpha = 0$, $\tau_\alpha = 0$ 。

结论: 对于轴向拉(压)杆, 最大正应力发生在横截面上; 最大切应力发生在沿逆时针转 45° 角的斜截面上。同样大小的剪应力也发生在 $\alpha = -45^\circ$ 的斜截面上。

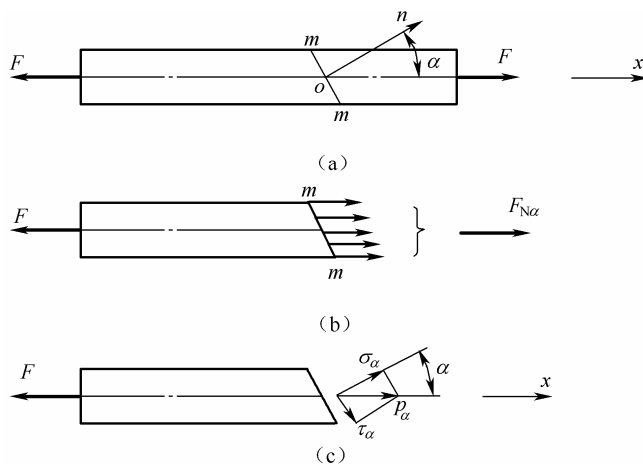


图 1.11

1.4 拉(压)杆的变形

轴向拉(压)杆的变形特点是: 杆件沿着杆轴向方向伸长或缩短, 即杆件在轴向拉伸或压缩时, 其轴线方向的尺寸和横向尺寸将发生改变。杆件沿轴线方向的变形称为纵向变形, 杆件沿垂直于轴线方向的变形称为横向变形。

设等直杆的原长为 l , 横截面面积为 A , 如图 1.12 所示。在轴向拉力 F 的作用下, 杆件的长度由 l 变为 l_1 , 其纵向伸长量为

$$\Delta l = l_1 - l$$

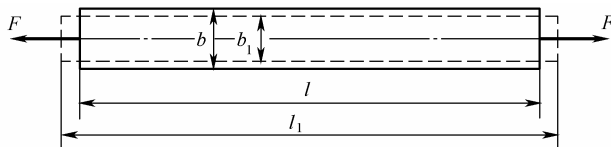


图 1.12

Δl 称为绝对伸长, 它反映杆件总变形量, 无法说明杆的变形程度。由于杆内各段伸长是均匀的, 因此轴向线应变为杆件的伸长 Δl 除以原长 l , 即每单位长度

的伸长或缩短，用 ε 表示，即

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1.4)$$

拉杆在纵向变形的同时还有横向变形，设拉杆变形前的横向尺寸为 b ，变形后的尺寸为 b_1 （图 1.12），则横向变形为

$$\Delta b = b_1 - b$$

故横向线应变为

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (1.5)$$

实验结果表明，当应力不超过材料的比例极限时，横向正应变与纵向正应变之比的绝对值为常数，该常数称为泊松比，用 μ 来表示，它是一个无量纲的量，可表示为

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (1.6)$$

考虑到纵向线应变和横向线应变正负号总是相反，有

$$\varepsilon' = -\varepsilon\mu \quad (1.7)$$

工程中大多数材料，其应力与应变关系的初始阶段都是线弹性的，即当材料应力不超过比例极限时，应力与应变成正比，这就是胡克定律。胡克定律表示为

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.8)$$

式中： E 为弹性模量，单位与 σ 相同。

泊松比 μ 和弹性模量 E 均为材料的弹性常数，随着材料的不同而不同，由试验测定。对于绝大多数各向同性材料， μ 介于 0~0.5 之间。几种常用材料的 E 和 μ 值见表 1.1。

将式 (1.1) 和式 (1.4) 代入式 (1.8) 中，变形得

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA} = \frac{Fl}{EA} \quad (1.9)$$

公式 (1.9) 是胡克定律的另一种表达式。由该式可以看出，若杆长及外力不变， EA 值越大，则变形 Δl 越小，因此， EA 反映杆件抵抗拉伸（或压缩）变形的能力，称为杆件的抗拉（抗压）刚度。若压力 F_N 是负值，伸长量 Δl 也是负值，说明杆件缩短。

表 1.1 材料的弹性模量和泊松比

材料名称	牌号	E / GPa	μ
低碳钢	Q235	200~210	0.24~0.28
中碳钢	35 号, 45 号	205~209	0.26~0.30

续表

材料名称	牌号	E / GPa	μ
低合金钢	16Mn	200	0.25~0.30
合金热强钢	40CrNiMoA	210	0.28~0.32
合金预应力钢筋	45MnSiV	220	0.23~0.25
灰口铸铁		60~162	0.23~0.27
球墨铸铁		150~180	0.24~0.27
铝合金	LY12	72	0.33
铜合金		100~110	0.31~0.36

胡克定律被普遍认为是由英国科学家胡克首先提出来的。其实，在早于胡克1500年的时候，我国东汉时期的经学家郑玄在《考工记·弓人》中就有注解，“每加物一石，则张一尺”，这也是最早的关于力和变形成正比关系的记载。

例 1.3 变截面杆如图 1.13 所示。已知 $A_1 = 8\text{cm}^2$ ， $A_2 = 4\text{cm}^2$ ， $E = 200\text{GPa}$ 。求杆件的总伸长 Δl 。

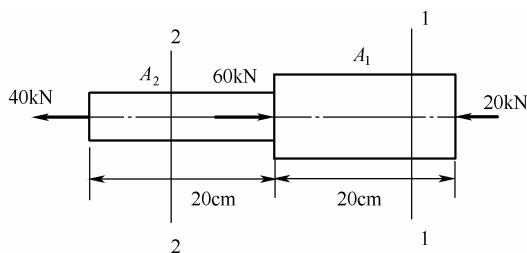


图 1.13

解：作截面 1-1 和截面 2-2，如图 1.13 所示，由截面法可求得

$$F_{N1} = -20\text{kN}, F_{N2} = 40\text{kN}$$

所以杆件的总伸长

$$\Delta l = \frac{F_{N1}L_1}{EA_1} + \frac{F_{N2}L_2}{EA_2} = -\frac{20 \times 10^3 \times 200}{200 \times 10^3 \times 800} + \frac{40 \times 10^3 \times 200}{200 \times 10^3 \times 400} = 0.075\text{mm}$$

例 1.4 在图 1.14 所示的简单杆系中， AB 和 AC 分别是直径为 20mm 和 24mm 的圆截面杆， $E = 200\text{GPa}$ ， $P = 5\text{kN}$ 。试求 A 点的垂直位移。

解：(1) 以铰接点 A 为研究对象，如图 1.15 所示，设杆 AC 和 AB 的轴力分别为 F_{NAC} 和 F_{NAB} ，有

$$\sum F_x = 0, F_{NAC} \cos 30^\circ - F_{NAB} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{NAC} \sin 30^\circ + F_{NAB} \sin 45^\circ - P = 0$$

$$F_{NAB} = 4.48 \text{ kN}, \quad F_{NAC} = 3.66 \text{ kN}$$

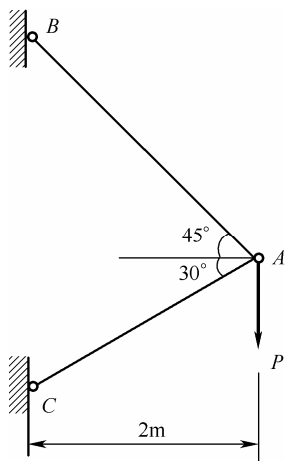


图 1.14

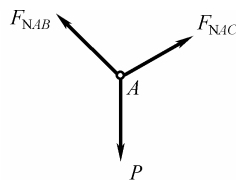


图 1.15

(2) 两杆的变形为

$$\Delta l_{AB} = \frac{F_{NAB} l_{AB}}{EA_{AB}} = \frac{4.48 \times 10^3 \times \frac{2000}{\cos 45^\circ}}{200 \times 10^3 \times \frac{\pi \times 20^2}{4}} = 0.201 \text{ mm}$$

$$\Delta l_{AC} = \frac{F_{NAC} l_{AC}}{EA_{AC}} = \frac{3.66 \times 10^3 \times \frac{2000}{\cos 30^\circ}}{200 \times 10^3 \times \frac{\pi \times 24^2}{4}} = 0.0934 \text{ mm (缩短)}$$

(3) 已知 Δl_{AB} 为拉伸变形, Δl_{AC} 为压缩变形。设想将托架在节点 A 拆开, AB 杆伸长变形后变为 BA_2 , AC 杆压缩变形后变为 CA_1 。分别以 C 点和 B 点为圆心, $\overline{CA_1}$ 和 $\overline{BA_2}$ 为半径, 作圆弧相交于 A' , A' 点即为托架变形后 A 点的位置。由于是小变形, A_1A' 和 A_2A' 是两段极其微小的短弧, 因此可用分别垂直于 AC 和 AB 的直线段来代替, 这两段直线的交点为 A' , AA' 是 A 点的位移。这种作图法称为“切线代圆弧”法, 如图 1.16 所示。 A 点受力后将位移至 A' , 所以 A 点的垂直位移为 AA'' 。

在图 1.16 中, $AA_1 = \Delta l_{AC}$, $AA_2 = \Delta l_{AB}$, $\Delta A'A_3A_4$ 中有

$$A_4A_3 = AA_3 - AA_4 = AA_2 / \cos 45^\circ - AA_1 / \sin 30^\circ = 0.097 \text{ mm}$$

$$A_4A_3 = A'A'' \cot 30^\circ + A'A'' \cot 45^\circ$$

可得 $A'A'' = 0.035 \text{ mm}$ 。

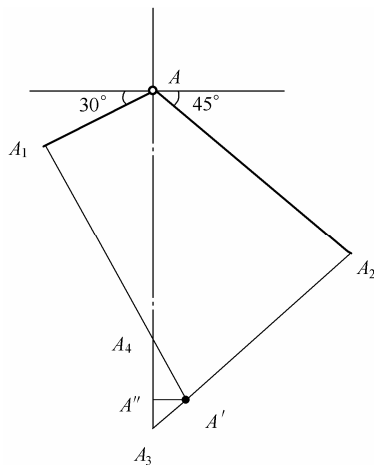


图 1.16

A 点的垂直位移为

$$y_A = AA'' = AA_3 - A_3A'' = \Delta l_{AB} / \sin 45^\circ - A'A'' \cot 45^\circ = 0.249 \text{ mm}$$

从上述计算可得，先由静力平衡条件计算杆件的轴力，再由胡克定律计算杆件的变形，最后由变形的几何协调条件求得节点的位移。

1.5 拉（压）超静定问题

在前面讨论的问题中，杆件的约束反力、内力可用静力平衡方程求解，这类问题称为静定问题，这类结构称为静定结构。图 1.17 (a) 所示的结构即为一静定结构。

但在工程中，有时为了提高强度和刚度，或由于结构上的需要，往往需要给杆件或结构增加一些约束，在图 1.17 (a) 所示的结构中增加一根杆，变为图 1.17 (b) 所示的结构，此时结构的约束力和内力的个数已超过静力平衡方程的个数，故不能由静力平衡方程求出全部的约束力和内力，这样的杆件和结构称为超静定杆件和结构。全部未知力的个数与独立平衡方程个数的差值，称为超静定的次数。图 1.17 (b) 所示结构为一次超静定。

为了求解超静定问题的未知力，除利用平衡方程外，还必须研究变形，并借助变形与内力之间的关系，建立足够数量的补充方程。

一般可按以下步骤进行计算：

- (1) 由静力学平衡条件列出应有的平衡方程。
- (2) 由变形协调条件列出变形几何方程。
- (3) 由力与变形间的物理关系建立补充方程。

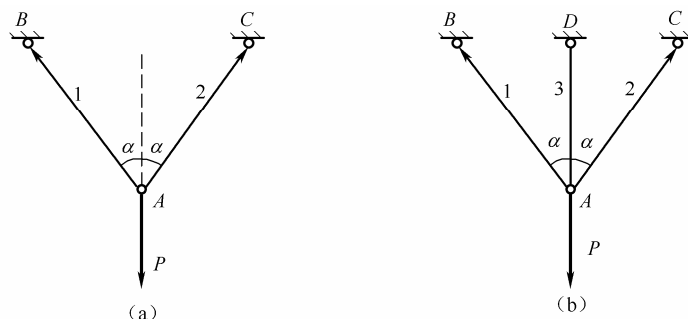


图 1.17

以图 1.18 (a) 所示的超静定杆系为例, 介绍此类问题的求解。设杆 1 与杆 2 的抗拉刚度均为 $E_1 A_1$, 杆 3 的抗拉刚度为 $E_3 A_3$, 杆 1 和杆 3 的长度分别为 l_1 和 l_3 。试求在力 P 的作用下各杆的内力。

在载荷作用下, 节点 A 铅垂地移到 A_1 , AA_1 即为杆 3 的伸长 Δl_3 , 节点 A 的受力如图 1.18 (b) 所示, 其平衡方程为

$$\Sigma F_x = 0, F_{N2} \sin \alpha - F_{N1} \sin \alpha = 0 \quad (\text{a})$$

$$\Sigma F_y = 0, F_{N3} + F_{N1} \cos \alpha + F_{N2} \cos \alpha - P = 0 \quad (\text{b})$$

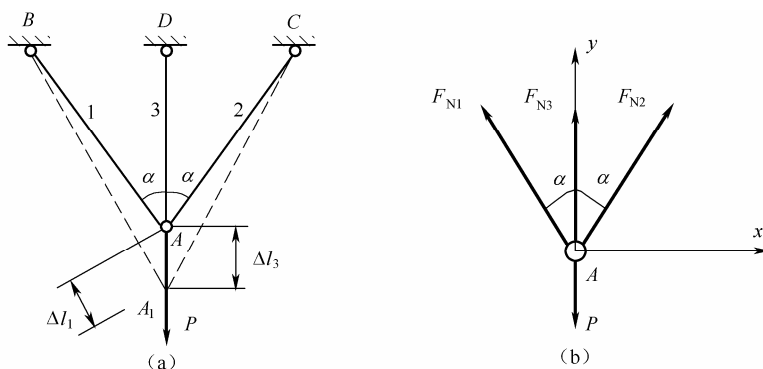


图 1.18

三杆原交于一点, 变形后杆 1 应在虚线 $A_1 B$ 的位置。以 B 为圆心, 杆 1 的原长为半径作圆弧, 圆弧以外的线段长为杆 1 的伸长 Δl_1 , 由于变形量很小, 以 1.4 节介绍的垂线代替弧线, 即

$$\Delta l_1 = \Delta l_3 \cos \alpha \quad (\text{c})$$

这就是杆 1、2、3 变形必须满足的关系, 称为变形协调条件或变形协调方程。设三杆均处于弹性范围, 则由胡克定律可知

$$\Delta l_1 = \frac{F_{N1} l_1}{E_1 A_1}$$

$$\Delta l_3 = \frac{F_{N3} l_3}{E_3 A_3} = \frac{F_{N3} l_1 \cos \alpha}{E_3 A_3}$$

将上述关系代入 (c) 式, 得到用轴力表示的变形协调方程, 即补充方程为

$$\frac{F_{N1} l_1}{E_1 A_1} = \frac{F_{N3} l_1 \cos \alpha}{E_3 A_3} \cos \alpha \quad (\text{d})$$

联立方程 (a)、(b)、(d), 解得

$$F_{N1} = F_{N2} = \frac{F \cos^2 \alpha}{2 \cos^3 \alpha + \frac{E_3 A_3}{E_1 A_1}}, \quad F_{N3} = \frac{F}{1 + 2 \frac{E_1 A_1}{E_3 A_3} \cos^3 \alpha}$$

所得结果均为正, 说明各杆轴力均为拉力的假设正确。

例 1.5 在图 1.19 所示的结构中, 设 AC 梁为刚杆, 杆件 1、2、3 的横截面积相等, 材料不同。试求三杆的轴力。

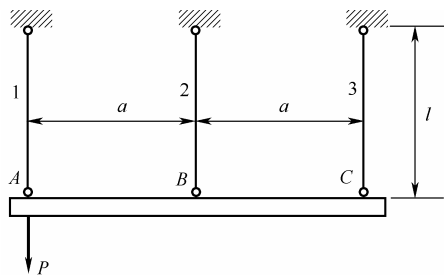


图 1.19

解: 以刚杆 AC 为研究对象, 其受力和变形情况如图 1.20 所示。

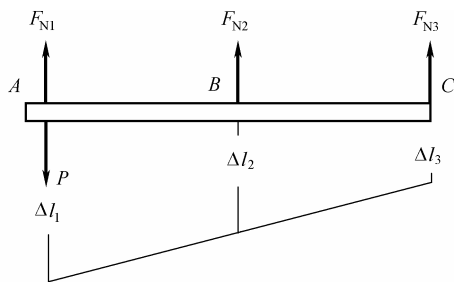


图 1.20

各力组成平面平行力系, 由平衡方程得

$$\sum F_y = 0, \quad F_{N1} + F_{N2} + F_{N3} - P = 0 \quad (\text{a})$$

$$\sum M_A = 0, F_{N2}a + 2F_{N3}a = 0 \quad (\text{b})$$

用两个方程求解三个未知轴力，还需要补充一个方程。 AC 为刚体，三根杆件的变形必须保证一定的协调关系，三杆变形之间的关系为

$$\Delta l_1 + \Delta l_3 = 2\Delta l_2 \quad (\text{c})$$

设三杆的弹性模量分别为 E_1 、 E_2 、 E_3 ，则由胡克定律得

$$\Delta l_1 = \frac{F_{N1}l}{E_1A}, \Delta l_2 = \frac{F_{N2}l}{E_2A}, \Delta l_3 = \frac{F_{N3}l}{E_3A} \quad (\text{d})$$

联立方程 (a)、(b)、(c)、(d) 得

$$F_{N1} = \frac{4E_1E_3 + E_1E_2}{4E_1E_3 + E_1E_2 + E_2E_3}P, \quad F_{N2} = \frac{2E_2E_3}{4E_1E_3 + E_1E_2 + E_2E_3}P$$

$$F_{N3} = \frac{-E_2E_3}{4E_1E_3 + E_1E_2 + E_2E_3}P$$

超静定结构（杆）各部分的内力不仅与载荷有关，而且与各部分的刚度之比有关，其本身的刚度越大，内力也越大。这也是超静定问题与静定问题的区别之一。

在工程中，杆件构件制成后，其尺寸的微小误差是常见的，在静定结构中，装配时会引起结构几何形状的微小改变，不会引起内力。但在超静定结构中，由于加工存在微小误差，装配时将在结构内引起应力，这种应力称为装配应力。

例 1.6 在图 1.21 所示的结构中，1、2 两杆的抗拉刚度均为 E_1A_1 ，杆 3 的抗拉刚度为 E_3A_3 。杆 3 的长度为 $l+\delta$ ，其中 δ 为加工误差。试求将杆 3 装入 AC 位置后，杆 1、2、3 的内力。

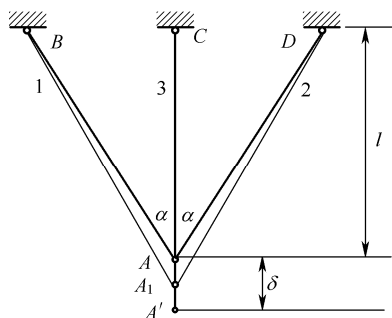


图 1.21

解：杆 3 装入后，三杆的铰接点为 A_1 ，此时杆 3 将缩短，而杆 1 和杆 2 将伸长，节点 A_1 受力分析如图 1.22 (a) 所示。

此力系为平面汇交力系, 由平衡方程得

$$\sum F_x = 0, F_{N2} \sin \alpha - F_{N1} \sin \alpha = 0 \quad (\text{a})$$

$$\sum F_y = 0, F_{N1} \cos \alpha + F_{N2} \cos \alpha - F_{N3} = 0 \quad (\text{b})$$

由图 1.22 (b) 得变形协调条件为

$$\Delta l_1 = (\delta - \Delta l_3) \cos \alpha \quad (\text{c})$$

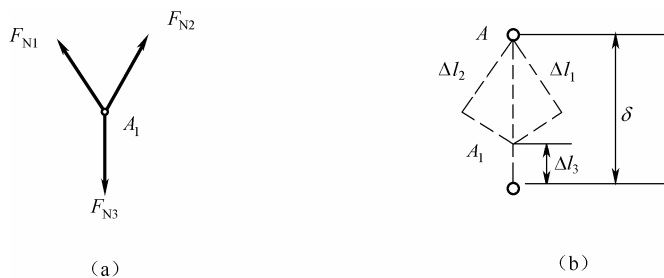


图 1.22

由物理关系有

$$\Delta l_1 = \frac{F_{N1} l_1}{E_1 A_1}, \Delta l_2 = \frac{F_{N2} l_2}{E_1 A_1}, \Delta l_3 = \frac{F_{N3} l_3}{E_3 A_3}$$

$$l_1 = l_2 = \frac{l_3}{\cos \alpha}$$

得补充方程为

$$\frac{F_{N1} l_1}{E_1 A_1} = \left(\delta - \frac{F_{N3} l_3}{E_3 A_3} \right) \cos \alpha \quad (\text{d})$$

联立求解三根杆的内力得

$$F_{N1} = F_{N2} = \frac{\delta E_1 A_1 E_3 A_3 \cos^2 \alpha}{l(2E_1 A_1 \cos^2 \alpha + E_3 A_3)}$$

$$F_{N3} = \frac{2\delta E_1 A_1 E_3 A_3 \cos^2 \alpha}{l(2E_1 A_1 \cos^2 \alpha + E_3 A_3)}$$

装配应力的存在, 有时是不利的, 应加以避免, 但有时也可利用它达到一定目的。例如, 土木工程中的预应力钢筋混凝土构件和机械制造中的紧配合等, 就是利用装配应力提高构件承载能力的例子。

温度变化会引起物体的膨胀或收缩, 对于超静定结构由于胀缩变形受到约束, 则会产生内应力。因温度变化而引起的内应力, 称为温度应力。例如, 图 1.23 (a) 所示两端固定的杆件, 由于温度变形被固定端所阻止, 杆内即引起温度应力。

为了分析该杆的温度应力, 假想地把 B 端的约束解除, 并以支反力 F_B 代替其

作用，如图 1.23 (b) 所示，其静力学平衡方程为

$$\sum F_x = 0, \quad F_{RA} - F_{RB} = 0 \quad (\text{a})$$

一个平衡方程求解两个未知力，因此为一次超静定问题。

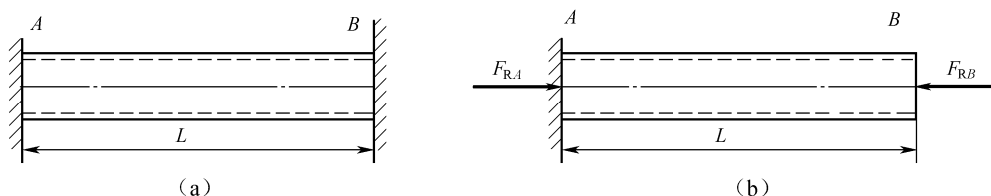


图 1.23

杆件因为温度升高而产生的变形（伸长）为

$$\Delta L_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L \quad (\text{b})$$

式中： α 为材料的线膨胀系数。杆件在两端约束力作用下产生的变形为

$$\Delta L_N = -\frac{F_B L}{EA} \quad (\text{c})$$

杆件两端约束，杆件的总长度不变，故有

$$\alpha \cdot \Delta T \cdot L - \frac{F_B L}{EA} = 0 \quad (\text{d})$$

$$F_B = \alpha \cdot \Delta T \cdot E \cdot A$$

得杆内横截面上的正应力，即温度应力为

$$\sigma = \frac{F_B}{A} = \alpha \cdot \Delta T \cdot E$$

在超静定结构中，温度应力不容忽视。铁路轨道接头处、混凝土路面中，通常均需留适当的空隙；桥桁架一端采用活动铰链支座等，都是考虑温度变化引起伸缩而采取的措施，否则会导致结构破坏或妨碍结构的正常工作。

1.6 材料在拉伸压缩时的力学性能

所谓力学性能是指材料在外力作用下表现出的强度和变形方面的特性，例如，弹性模量 E 、泊松比 μ 等。力学性能是通过各种试验测定得出的，研究材料力学性能的目的是确定在变形和破坏情况下的一些重要性能指标，作为选用材料，计算材料强度、刚度的依据。因此材料力学试验是材料力学课程重要的组成部分。

为便于比较不同材料的试验结果，对试样的形状、加工精度、加载速度、试验环境等国家标准有统一规定。本节主要介绍材料在缓慢加载、室温下拉伸（压

缩)时的力学性能。对于金属材料,拉伸通常采用圆柱形试件,其形状如图 1.24 所示,长度 l 为标距。标距一般有两种,即 $l=5d$ 和 $l=10d$,前者称为短试件,后者称为长试件,式中的 d 为试件的直径。金属的压缩试样一般为很短的圆柱,以避免被压弯,其形状如图 1.25 所示, $h=(1.5\sim 3)d$ 。这里采用混凝土、石料等为立方体的试块,如图 1.26 所示。

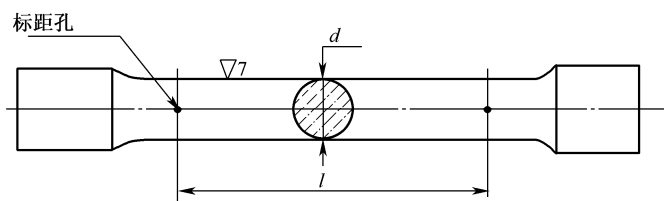


图 1.24

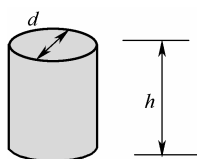


图 1.25

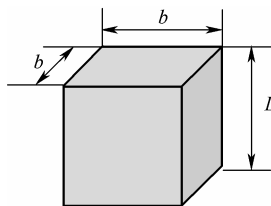


图 1.26

工程中所用材料品种很多,本节以低碳钢和铸铁为代表,介绍材料在拉伸和压缩时的力学性能。

1.6.1 低碳钢拉伸时的力学性能

低碳钢是指含碳量低于 0.3% 的碳素钢,其在拉伸试验中表现出来的力学性能比较典型。将低碳钢试件两端装入试验机,缓慢加载,使其受到拉力产生变形,利用试验机的自动绘图装置,可以画出试件在试验过程中标距为 l 段的伸长量 Δl 和拉力 F 之间的关系曲线。该曲线的横坐标为 Δl ,纵坐标为 F ,称为试件的拉伸图,如图 1.27 所示。

拉伸图与试样的几何尺寸有关。把拉力 F 除以试件的原横截面面积 A ,得到横截面上的正应力 σ ,作为纵坐标;将伸长量 Δl 除以标距的原始长度 l ,得到纵向应变 ε ,作为横坐标。获得的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线如图 1.28 所示,称为应力—应变图。此曲线与试件的尺寸无关。

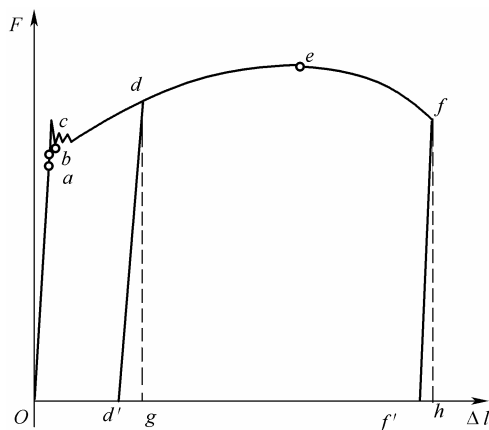


图 1.27

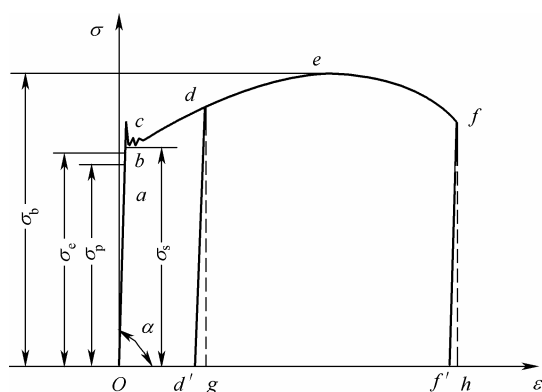


图 1.28

由低碳钢的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线可见，低碳钢拉伸时的力学性能如下：

(1) 弹性阶段 Ob 。初始为一斜直线 Oa ，这表示当应力小于 a 点相应的应力时，应力与应变成正比，即

$$\sigma = E\varepsilon$$

即前面介绍过的胡克定律，由公式可知，弹性模量 E 为斜线 Oa 的斜率。与 a 点相应的应力用 σ_p 表示，它是应力与应变成正比的最大应力，称为比例极限。当应力 σ 小于 b 点所对应的应力时，如果卸去外力，变形全部消失，这个阶段的变形为弹性变形，这一阶段称为弹性阶段。相应于 b 点的应力用 σ_e 表示，它是材料只产生弹性变形的最大应力，称为弹性极限。弹性阶段内，在 $\sigma-\varepsilon$ 曲线上，超过 a 点后 ab 段的图线微弯， a 与 b 极为接近，因此工程中对弹性极限和比例极限并不严格区分。

当应力超过弹性极限后,若卸去外力,材料的变形只能部分消失,另一部分将残留下来,残留下来的那部分变形称为残余变形或塑性变形。

(2) 屈服阶段 bc 。当应力达到 b 点的相应值时,应力在一微小范围内波动,但变形却继续增大, $\sigma-\varepsilon$ 曲线上出现一条近似水平的小锯齿形线段,这种应力几乎保持不变而应变显著增加的现象称为屈服或流动, bc 阶段称为屈服阶段。在屈服阶段内的最高应力和最低应力分别称为上屈服极限和下屈服极限。由于上屈服极限一般不如下屈服极限稳定,故规定下屈服极限为材料的屈服强度,用 σ_s 表示。在工程实际中,某些构件发生的塑性变形将影响结构的正常工作,所以屈服极限 σ_s 是衡量材料强度的重要指标。

若试件表面经过磨光,当应力达到屈服极限时,可在试件表面看到与轴线成约 45° 的一系列条纹,图 1.29 所示为低碳钢在屈服时表面出现的滑移线。这可能是材料内部晶格间相对滑移而形成的,故称为滑移线。轴向拉压时,在与轴线成 45° 的斜截面上有最大的切应力,可见,滑移现象与最大切应力有关。

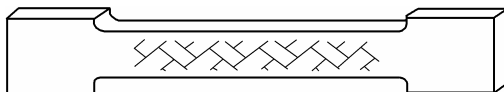


图 1.29

(3) 强化阶段 ce 。经过屈服阶段后,材料又恢复了抵抗变形的能力,只有增加载荷才能使杆件继续变形,这种现象称为材料的强化。从 c 点到曲线的最高点 e ,即 ce 阶段为强化阶段。 e 点对应的应力是材料所能承受的最大应力,称为强度极限,用 σ_b 表示,它是衡量材料强度的另一个重要指标。在这一阶段中,试件发生明显的横向尺寸的缩小。

(4) 局部变形阶段 ef 。试件伸长到一定程度,载荷读数反而逐渐减小,此时某一段处横截面面积迅速减小,形成颈缩现象。图 1.30 所示为低碳钢试件的颈缩。由于局部截面收缩,试件继续变形所需的拉力逐渐减小,直到 f 点试件断裂。



图 1.30

若在强化阶段中的任意一点 d 处停止加载,并逐渐卸掉载荷,此时应力—应变关系将沿着斜直线 dd' 回到 d' 点,直线 dd' 近似平行于 Oa 。卸载时载荷与伸长量之间按直线关系的规律称为材料的卸载规律。由此可见,在强化阶段,材料产

生大的塑性变形，横坐标中的 Od' 表示残留的塑性应变， $d'g$ 则表示弹性应变。如果卸载后立即重新加载，应力—应变关系大体上沿卸载时的斜直线 dd' 变化，到 d 点后又沿曲线 def 变化，直至断裂。从图 1.28 可以看出，在重新加载过程中，直到 d 点以前，材料的变形是弹性变形，过 d 点后才开始有塑性变形。重新加载时其比例极限得到提高，但塑性变形却有所降低，这种现象称为冷作硬化。工程中常利用冷作硬化提高钢筋和钢缆绳等构件在弹性范围内所能承受的最大载荷。冷作硬化经退火处理后又可消除。

材料产生塑性变形的能力称为材料的塑性性能。塑性性能是工程中评定材料力学性能的重要指标，拉断后标距的残余伸长 $l_1 - l$ 与原始标距 l 之比的百分率，称为延伸率 δ ，即

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\% \quad (1.10)$$

δ 越大，材料的塑性变形能力越强，因此延伸率是衡量材料塑性的指标。衡量材料塑性的另一个指标是断面收缩率 ψ ，其定义为断裂后试件颈缩处面积的最大缩减量 $A - A_1$ 与原始横截面面积 A 之比的百分率

$$\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\% \quad (1.11)$$

对于低碳钢： $\delta = 20\% \sim 30\%$ ， $\psi = 60\%$ 。这两个值越大，说明材料塑性越好。工程上通常按延伸率的大小把材料分为两类： $\delta \geq 5\%$ 的材料称为塑性材料，如碳钢、铝合金等； $\delta < 5\%$ 的材料称为脆性材料，如灰铸铁、玻璃、陶瓷等。

1.6.2 铸铁拉伸时的力学性能

铸铁拉伸的 $\sigma - \varepsilon$ 曲线如图 1.31 所示。 $\sigma - \varepsilon$ 关系从很低的拉力开始就不是直线了，直到拉断时，试件变形仍然很小，且没有屈服、强化和局部变形阶段。工程中，在较低的拉应力下，可以近似地认为变形服从胡克定律，通常用一条割线来代替曲线，如图 1.31 中的虚线所示，并用它确定弹性模量 E 。这样确定的弹性模量称为割线弹性模量。由于铸铁没有屈服现象，因此强度极限 σ_b 是衡量强度的唯一指标。

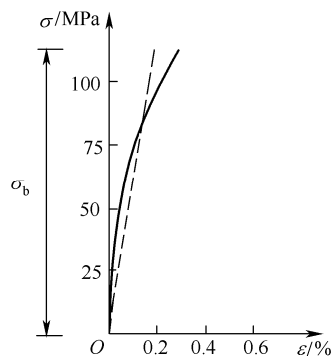


图 1.31

1.6.3 其他塑性材料拉伸时的力学性能

工程中常用的塑性材料，除低碳钢外，还有中碳钢、高碳钢、合金钢、铝合金、黄铜、青铜等。图 1.32 (a) 给出了几种塑性材料拉伸时的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线，它们的共同特点是拉断前均有较大的塑性变形，然而它们的应力—应变规律却大不相同，除 16Mn 钢和低碳钢一样有明显的弹性阶段、屈服阶段、强化阶段和局部变形阶段外，其他材料并没有明显的屈服阶段。对于没有明显屈服阶段的塑性材料，可以将产生的塑性应变为 0.2% 时的应力作为屈服极限，并称为名义屈服极限，用 $\sigma_{0.2}$ 来表示，这是人为规定的极限应力，作为衡量材料强度的指标，如图 1.32 (b) 所示。

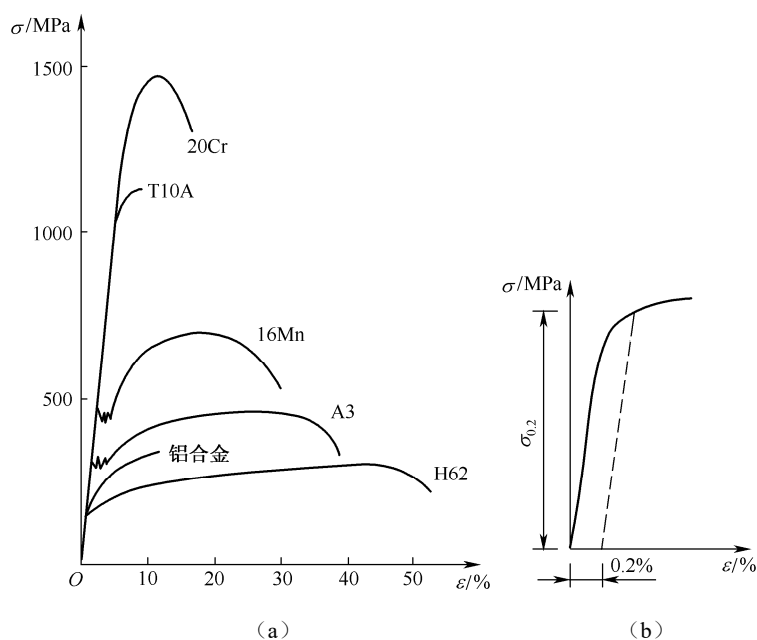


图 1.32

1.6.4 材料在压缩时的力学性能

金属材料的压缩之所以做成 $h = (1.5 \sim 3)d$ 的短圆柱，是避免被压弯。低碳钢压缩时的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线如图 1.33 所示。为了便于比较，图中还画出了其拉伸时的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线，用虚线表示。试验表明低碳钢压缩时的弹性模量 E 、屈服极限 σ_s 等都与拉伸时基本相同。不同的是，进入屈服阶段以后，试件越压越扁，横截面积不断增大，

试件抗压能力也继续增强,但并不断裂,如图 1.34 所示。由于无法测出压缩时的强度极限,因此对低碳钢压缩试验的实用性不强,低碳钢主要力学性能由拉伸试验确定。类似情况在一般的塑性金属材料中也存在,但有的塑性材料,如铬钼硅合金钢,在拉伸和压缩时的屈服极限并不相同,因此对这些材料还要做压缩试验,以测定其压缩屈服极限。

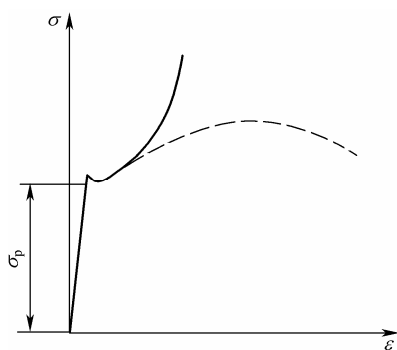


图 1.33

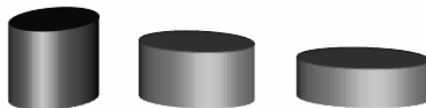


图 1.34

脆性材料压缩时的力学性能与拉伸时有较大区别。例如铸铁,其压缩和拉伸时的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线分别如图 1.35 中的实线和虚线所示。比较两条曲线可知,铸铁压缩时的强度极限和延伸率都比拉伸时大得多,压缩时强度极限约为拉伸时强度极限的 3~5 倍,故铸铁适合做承压构件。破坏断面的法线与轴线成 $45^\circ\sim 55^\circ$ 的斜面,如图 1.36 所示,说明是切应力达到极限值而破坏。拉伸破坏时是沿横截面断裂,说明是拉应力达到极限值而破坏。其他脆性材料,如混凝土和石料,抗压强度也远高于抗拉强度。

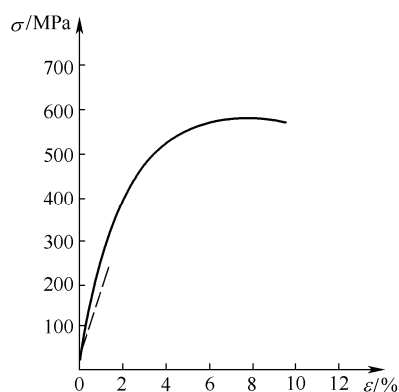


图 1.35



图 1.36

综上所述,塑性材料与脆性材料的力学性能有以下区别:

(1) 塑性材料在断裂前延伸率大、塑性性能好;脆性材料直至断裂,变形都很小,塑性性能很差。塑性材料通常是在明显的形状改变后破坏的,脆性材料断裂破坏总是突然的。在工程中,需经锻压、冷加工的构件或承受冲击载荷的构件,宜采用塑性材料。

(2) 多数塑性材料抵抗拉压变形时,其弹性模量和屈服应力基本一致,所以应用范围广,既可用于受拉构件,也可用于受压构件。在土木工程中,出于经济性的考虑,常用塑性材料制作受拉构件。而脆性材料抗压强度远高于其抗拉强度,因此用脆性材料制作受压构件,如建筑物的基础、机器的底座等。

1.7 轴向拉(压)杆的强度计算

由1.6节材料的拉伸和压缩试验可知:脆性材料的应力达到强度极限 σ_b 时,会发生断裂;塑性材料的应力达到屈服极限 σ_s 时,会发生明显的塑性变形。断裂当然是不允许的,但是构件发生较大的塑性变形也是不允许的。由于各种原因使结构丧失其正常工作能力的现象,称为失效。因此,断裂和屈服或出现较大变形都是破坏的形式。材料失效时的应力称为极限应力,塑性材料通常以屈服应力 σ_s 作为极限应力,脆性材料以强度极限 σ_b 作为极限应力。

构件在载荷作用下的实际应力称为工作应力。为了保证构件有足够的强度,要求构件的工作应力必须小于材料的极限应力。为了保证有一定的强度储备,在强度计算中,引进一个大于1的安全系数,设定构件工作时的最大允许值,即许用应力,用 $[\sigma]$ 表示。

$$\text{塑性材料:} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s} \quad (1.12)$$

$$\text{脆性材料:} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b} \quad (1.13)$$

式中: n_s 、 n_b 分别为塑性材料和脆性材料的安全系数。确定安全系数时,应考虑以下因素:①材质的均匀性、质地好坏、是塑性还是脆性;②实际构件简化过程和计算方法的精确程度;③载荷情况,包括对载荷的估算是否准确、是静载还是动载;④构件的重要性、工作条件等。一般在常温、静载条件下,对塑性材料取 $n_s = 1.2 \sim 2.5$,对脆性材料取 $n_b = 2 \sim 3.5$,甚至更大。

于是得到轴向拉(压)杆的强度条件为

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] \quad (1.14)$$

对于轴向拉伸和压缩的等直杆，强度条件可以表示为

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A} \leq [\sigma] \quad (1.15)$$

式中： $\sigma_{\max}$ 为杆件横截面上的最大正应力； $F_{N\max}$ 为杆件的最大轴力； A 为横截面积； $[\sigma]$ 为材料的许用应力。

如对截面变化的拉（压）杆件（如阶梯形杆），要求出每一段内的正应力，找出最大值，再应用强度条件。

根据强度条件，可以解决以下三方面问题。

（1）强度校核。若已知拉压杆的截面尺寸、载荷大小以及材料的许用应力，即可用公式（1.15）验算不等式是否成立，确定强度是否足够。

（2）设计截面。若已知拉压杆承受的载荷和材料的许用应力，则强度条件变成

$$A \geq \frac{F_{N\max}}{[\sigma]} \quad (1.16)$$

可确定构件所需要的横截面积的最小值。

（3）确定承载能力。若已知拉压杆的截面尺寸和材料的许用应力，则强度条件变成

$$F_{N\max} \leq A[\sigma] \quad (1.17)$$

由此可确定构件所能承受的最大轴力。

例 1.7 图 1.37（a）所示为简易三角形托架的示意图， BC 为圆截面钢杆， AB 为木杆， $P=10\text{kN}$ ，钢杆 BC 的横截面积为 $A_{BC}=600\text{mm}^2$ ，许用应力 $[\sigma]_{BC}=160\text{MPa}$ ，木杆 AB 的横截面积 $A_{AB}=10000\text{mm}^2$ ，许用应力 $[\sigma]_{AB}=7\text{MPa}$ 。

（1）校核各杆的强度。

（2）求许可载荷 $[P]$ 。

（3）根据许可载荷，设计钢杆 BC 所需的直径。

解：（1）校核各杆的强度，先计算 AB 、 BC 杆的轴力。设 BC 杆的轴力为 F_{N1} ， AB 杆的轴力为 F_{N2} ，根据结点 B 的平衡 [图 1.37（b）] 有

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N2} - F_{N1} \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{N1} \sin 30^\circ - P = 0$$

解得

$$F_{N1} = 2P \quad (\text{拉}), \quad F_{N2} = \sqrt{3}P \quad (\text{压})$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{N2}}{A_{AB}} = \frac{1.73 \times 10^4}{10000 \times 10^{-6}} = 1.73 \times 10^6 \text{ Pa} < 7\text{MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{N1}}{A_{BC}} = \frac{20 \times 10^3}{600 \times 10^{-6}} = 33.3 \times 10^6 \text{ Pa} < 160\text{MPa}$$

两杆内的正应力都远小于材料的许用应力，结构安全。

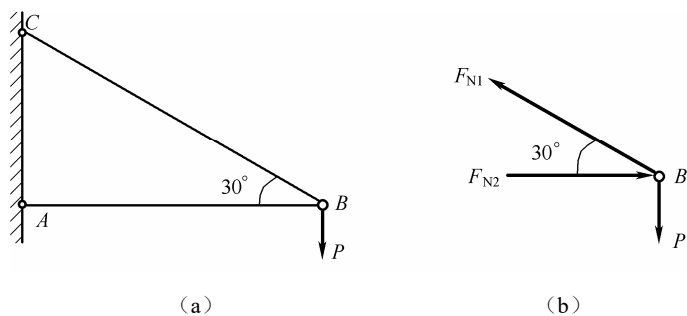


图 1.37

(2) 求许可载荷。

由公式 (1.17) 可知，当 AB 杆达到许用应力时

$$F_{N2} = \sqrt{3}P \leq A_{AB}[\sigma]_{AB} = 7 \times 10^6 \times 10000 \times 10^{-6} = 70000\text{N} = 70\text{kN}$$

得 $[P] \leq 40.4\text{kN}$ 。

当 BC 杆达到许用应力时

$$F_{N1} = 2P \leq A_{BC}[\sigma]_{BC} = 160 \times 10^6 \times 600 \times 10^{-6} = 96000\text{N} = 96\text{kN}$$

得 $[P] \leq 48\text{kN}$ 。

取两者中较小值，因此该托架的最大许可载荷为 $[P] = 40.4\text{kN}$ 。

(3) 设计钢杆 BC 所需的直径。由以上计算可知， $[P] = 40.4\text{kN}$ 时， BC 杆未达到强度极限，所以可减少其截面面积。

$$F_{N1} = 2[P] = 2 \times 40.4 = 80.8\text{kN}$$

由公式 (1.16) 可得

$$A_{BC} \geq \frac{F_{N1}}{[\sigma]_{BC}} = \frac{80.8 \times 10^3}{160 \times 10^6} = 5.05 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

所以 BC 杆的直径为

$$d_{BC} = \sqrt{\frac{4A_{BC}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 5.05 \times 10^{-4}}{\pi}} = 2.54 \times 10^{-2} \text{m} = 25.4\text{mm}$$

1.8 应力集中的概念

1.3 节推导的正应力计算公式仅适用于等截面直杆，其横截面上的应力是均匀分布的。对于横截面平缓变化的轴向拉压杆，应力可近似地按等截面计算。由于

实际需要,有些零件必须有切口、切槽、油孔、螺纹、轴肩等,以致在这些部位上截面尺寸发生突然变化。例如,开有切口的板条(图 1.38)受拉时,通过切口的横截面上应力的分布不再是均匀的,在切口附近的局部区域内,应力的数值剧烈增加,而在离开这一区域稍远的地方,应力迅速下降而趋于均匀。杆件外形突然变化引起局部应力骤增的现象,称为应力集中。

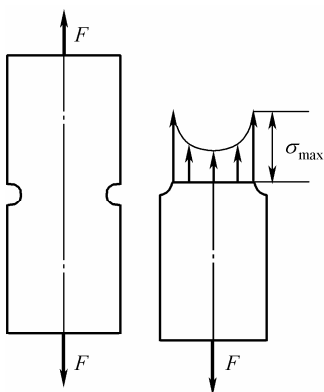


图 1.38

若发生应力集中的截面上最大正应力为 $\sigma_{\max}$,同一截面上的平均应力为 σ_0 ,则比值

$$k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} \quad (1.18)$$

称为理论应力集中因数。试验结果表明:截面尺寸变化越急剧,孔越小,角越尖,应力集中的程度就越严重,局部出现的最大应力 $\sigma_{\max}$ 就越大。鉴于应力集中往往会削弱杆件的强度,因此在设计零件时应尽量避免带尖角的孔和槽,对阶梯轴的过渡圆弧,半径应尽量大一些,尽可能避免或降低应力集中的影响。

不同的材料对应力集中的敏感程度不同。塑性材料存在屈服阶段,当局部的最大应力达到材料的屈服强度时,若继续增大载荷,则应力不再增大,应变可以继续增长,增加的载荷由截面上尚未屈服的材料来承担,从而使截面上其他部分的应力相继增大到屈服极限,直至整个截面上的应力都达到屈服极限时,杆件才会因屈服而丧失正常工作的能力,如图 1.39 所示。因此,由塑性材料制成的零件在静载作用下,可以不考虑应力集中的影响。对于脆性材料,由于没有屈服阶段,当局部最大应力达到强度极限时就在该处裂开。因此,对组织均匀的脆性材料,应力集中将极大地降低构件的强度;对组织不均匀的脆性材料,如铸铁,在它内部有许多片状石墨(不能承担载荷),这相当于材料内部有许多小孔穴,材料本身

就具有严重的应力集中，所以由于截面尺寸改变引起的应力集中，对这种材料构件的承载能力没有明显的影响。

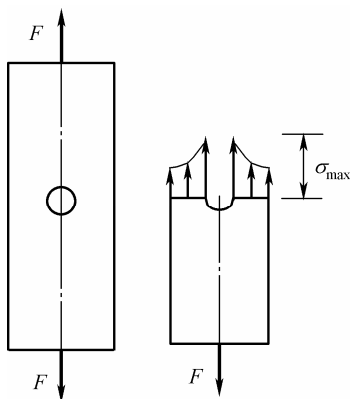


图 1.39

拓展阅读：圣维南



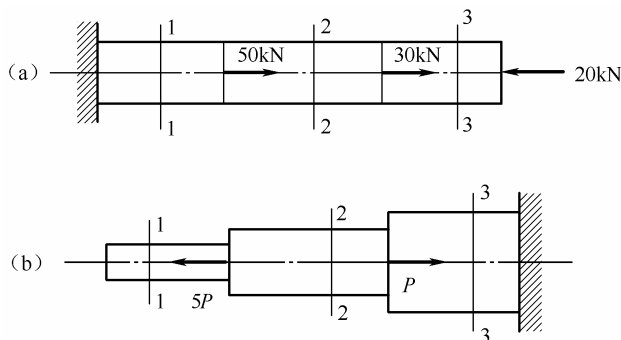
圣维南 (A.J.C.B. de Saint Venant, 1797—1886)，法国力学家。1813 年进入巴黎综合工科学学校求学，1814 年因政治原因被除名。1823 年法国政府批准他免试进入桥梁公路学校学习，1825 年毕业，后从事工程设计工作，业余研究力学理论。1834 年发表两篇力学论文，受到科学界重视。1837 年起在桥梁公路学校任教。1868 年被选为法国科学院院士。

圣维南的研究领域主要集中于固体力学和流体力学，特别是在材料力学和弹性力学方面作出了很大贡献，提出和发展了求解弹性力学的半逆解法。他一生重视理论研究成果应用于工程实际，他认为只有理论与实际相结合，才能促进理论研究和工程进步。

圣维南原理 (Saint Venant's Principle) 是圣维南于 1855 年提出的。他认为，分布于弹性体上一小块面积 (或体积) 内的荷载所引起的物体中的应力，在离荷载作用区稍远的地方，基本上只同荷载的合力和合力矩有关；荷载的具体分布只影响荷载作用区附近的应力分布。圣维南原理在理论上和应用上都具有重要意义。

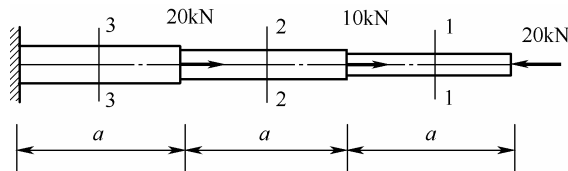
习 题 1

1.1 试求题 1.1 图所示各杆截面 1-1、2-2 和 3-3 的轴力，并作轴力图。



题 1.1 图

1.2 阶梯状直杆的受力分析如题 1.2 图所示，已知横截面面积 $A_1 = 200\text{mm}^2$ ， $A_2 = 300\text{mm}^2$ ， $A_3 = 400\text{mm}^2$ ， $a = 200\text{mm}$ 。试求横截面上的最大应力、最小应力。



题 1.2 图

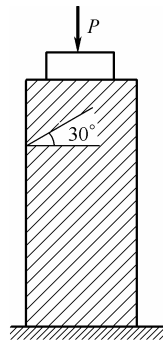
1.3 题 1.3 图所示的等直杆，受轴向拉力 $P = 20\text{kN}$ ，已知杆的横截面积 $A = 100\text{mm}^2$ 。试求出 $\alpha = 0^\circ$ 、 $\alpha = 30^\circ$ 、 $\alpha = 45^\circ$ 、 $\alpha = 90^\circ$ 时各斜截面上的正应力和切应力。



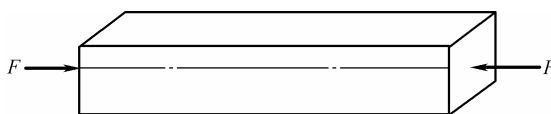
题 1.3 图

1.4 木柱上面放有钢块，并承受压力 P 。如题 1.4 图所示，钢块截面积 $A_1 = 5\text{cm}^2$ ， $\sigma_{\text{钢}} = 35\text{MPa}$ ，木柱截面积 $A_2 = 65\text{cm}^2$ 。求木柱顺纹方向剪应力大小及方向。

1.5 题 1.5 图所示的等直杆，受轴向压力，横截面为 $75\text{mm} \times 55\text{mm}$ 。欲使杆任意截面正应力不超过 2.5MPa ，切应力不超过 0.75MPa ，试求最大载荷 F 。



题 1.4 图



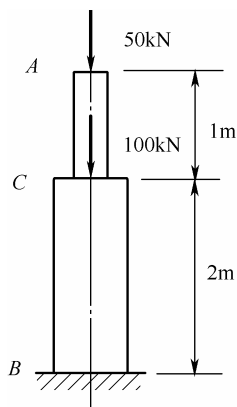
题 1.5 图

1.6 题 1.2 图所示杆中，材料常数 $E = 200\text{ GPa}$ 。试求杆件的总变形量。

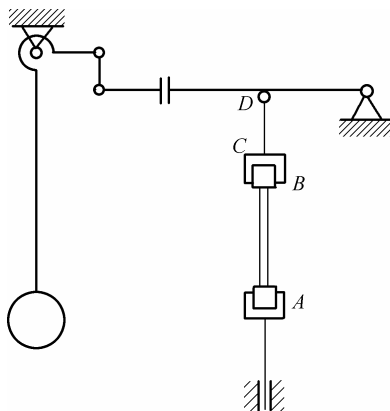
1.7 横截面为正方形的木桩，其受力情况和各段长度如题 1.7 图所示。 AC 段边长为 100mm ， CB 段边长为 200mm ，材料可认为符合胡克定律，其纵向弹性模量 $E = 10\text{ GPa}$ ，不计柱的自重，试求柱端 A 截面的位移。

1.8 某拉伸试验机的示意图如题 1.8 图所示，设试验机的 CD 杆与试样 AB 均由低碳钢制成， $\sigma_p = 200\text{ MPa}$ ， $\sigma_s = 250\text{ MPa}$ ， $\sigma_b = 500\text{ MPa}$ 。试验机的最大拉力为 10 kN 。试求：

- (1) 用此试验机做拉断试验时试样最大直径可达多少？
- (2) 设计时若取安全系数 $n=2$ ，则 CD 杆的截面面积为多少？
- (3) 若试样的直径 $d=10\text{mm}$ ，今欲测弹性模量 E ，则所加拉力最大不应超过多少？

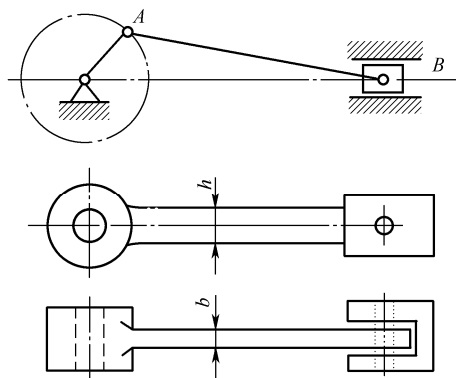


题 1.7 图



题 1.8 图

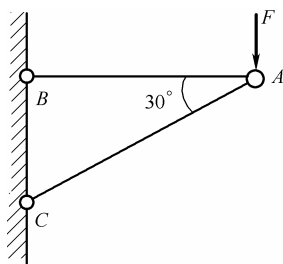
1.9 冷镦机的曲柄滑块机构如题 1.9 图所示。镦压工件时连杆接近水平位置，承受的镦压力 $P=1100\text{kN}$ 。连杆的截面为矩形，高 h 与宽 b 之比为 1:5。材料许用应力 $[\sigma]=58\text{MPa}$ 。试确定截面尺寸 h 和 b 。



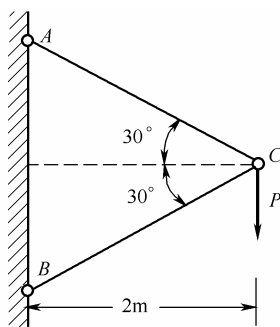
题 1.9 图

1.10 题 1.10 图所示为一个三角形托架，已知杆 AB 是圆截面钢杆， $[\sigma]=170\text{MPa}$ ，杆 AC 是正方形截面木杆，许用压应力 $[\sigma]=12\text{MPa}$ ，载荷 $F=60\text{kN}$ 。试选择钢杆的圆截面直径 d 和木杆的正方形截面边长 a 。

1.11 题 1.11 图所示三角架由 AC 和 BC 两杆组成。杆 AC 由两根 No.12b 的槽钢组成，许用应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ ；杆 BC 为一根 No.22a 的工字钢，许用应力 $[\sigma]=100\text{MPa}$ 。求该结构承受的许可载荷 $[P]$ 。



题 1.10 图

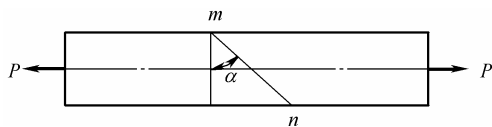


题 1.11 图

1.12 题 1.12 图所示拉杆沿斜截面 $m-n$ 由两部分铰合而成。设铰合面上许用拉应力 $[\sigma]=100\text{MPa}$ ，许用切应力 $[\tau]=50\text{MPa}$ ，并设铰合面的强度控制杆件拉力。试求：

(1) 为使杆件承受最大拉力 P ， α 角的值应为多少？

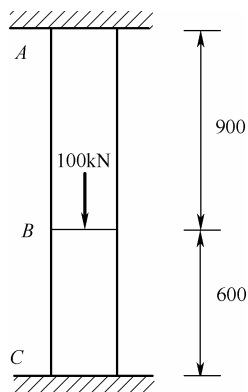
(2) 若杆件横截面面积为 4cm^2 ，并规定 $\alpha \leq 60^\circ$ ，试确定许可载荷 P 。



题 1.12 图

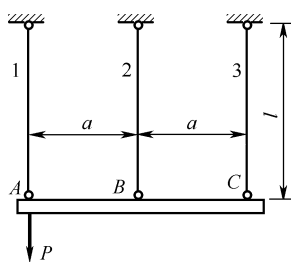
1.13 如题 1.11 所示结构，设 EA 为常数，试求节点 C 的水平位移。

1.14 有一两端固定的钢杆，其截面面积 $A = 1000\text{mm}^2$ ，载荷如题 1.14 图所示。试求各段杆内的应力。



题 1.14 图

1.15 题 1.15 图所示结构中，假设 AC 横梁为刚体，杆 1、2、3 的横截面面积相等，材料相同。试求三杆的轴力。



题 1.15 图

第2章 剪 切

2.1 剪切变形的概念

工程中，起连接作用的部件统称为连接件，如图 2.1 所示的连接构件的螺栓、键、铆钉和木榫接头等。这些连接件主要发生剪切变形。

古代中国诸多技艺均领先世界水平，即使到现代也依然让人叹为观止。榫卯结构就是其中最为亮丽的一点。榫卯是在两个木构件上采用的一种凹凸结合的连接方式，凸出部分叫榫（或榫头）；凹进部分叫卯（或榫眼、榫槽），榫和卯咬合，起到连接作用，如图 2.1（d）所示。

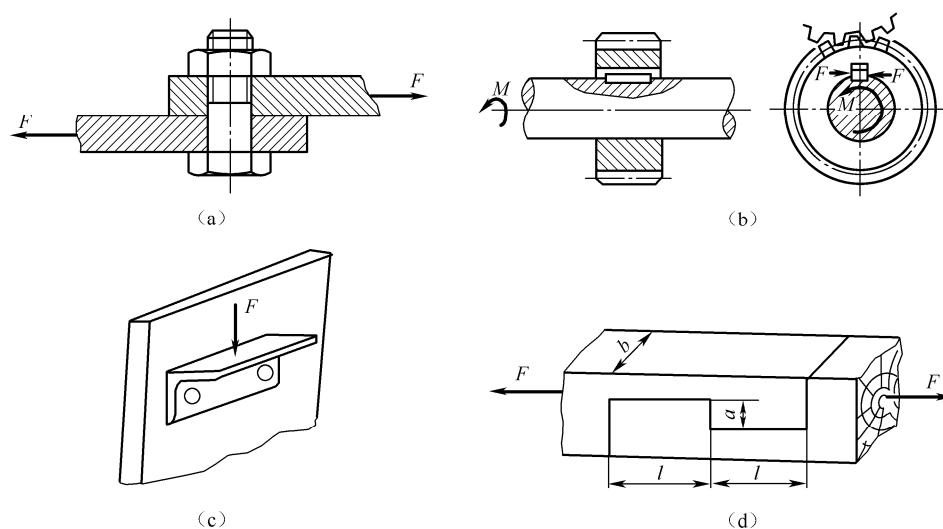


图 2.1

剪切变形是杆件的基本变形之一。当杆件受到一对大小相等、方向相反、垂直于杆轴且作用线相距很近的外力作用时，在力作用线之间的横截面将发生相对错动的变形（图 2.2），这种变形称为剪切变形。若此时外力过大，杆件就可能在两力之间的某一截面处被剪断。

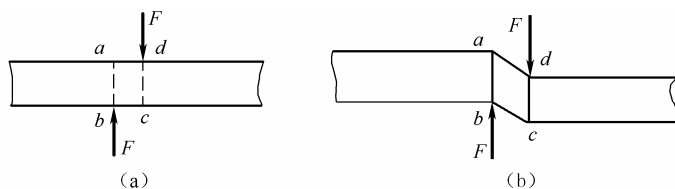


图 2.2

连接件的尺寸一般很小，其剪切变形又很复杂，同时在连接件和被连接件间又有局部挤压现象，所以很难做出精确的理论分析。工程设计中通常采用实用的计算方法。

2.2 剪切的实用计算

现以连接件铆钉为例，说明剪切的有关概念及实用计算方法。

如图 2.3 (a) 所示的铆钉连接，显然，铆钉在两个侧面上分别受到大小相等、方向相反、作用线相距很近的两组平行的外力系作用 [图 2.3 (b)]。在这样的外力作用下，铆钉将沿两侧外力之间的某个截面 $m-m$ 发生相对的错动，即发生剪切变形， $m-m$ 截面称为剪切面。

求解剪切面上的内力仍采用截面法，沿截面 $m-m$ 把铆钉截开并取其上部分为研究对象 [图 2.3 (c)]，由平衡可知，截面 $m-m$ 上的内力必然是一个平行于 F 的力，用符号 F_s 表示，由平衡方程有

$$\sum F_x = 0, \quad F - F_s = 0$$

$$F_s = F$$

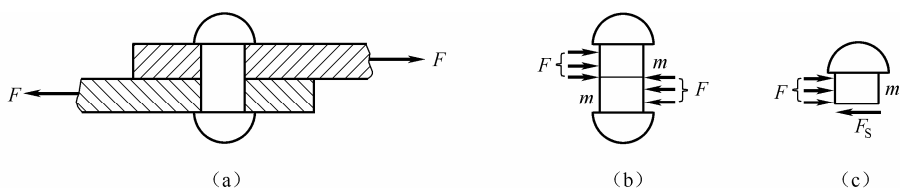


图 2.3

F_s 的方向与剪切面相切，称为截面上的剪力。

剪力 F_s 在横截面的实际分布规律是很复杂的，在工程的实用计算中，通常假设剪切面上的切应力均匀分布，于是，剪切面上的切应力为

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} \quad (2.1)$$

式中: F_s 为剪切面上的剪力; A_s 为剪切面的面积。

建立剪切实用计算的强度条件为

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} \leq [\tau] \quad (2.2)$$

式中: $[\tau]$ 为材料的许用切应力。运用式 (2.1) 和式 (2.2) 的强度条件, 可进行剪切强度计算。

需要说明的是, 由式 (2.1) 计算出的切应力 τ 实质上是截面上的平均切应力值, 称为名义切应力。许用切应力的极限切应力 τ_u 也是由试样剪切破坏时的剪力除以剪切面面积得到的, 并且试样的受力尽可能接近实际连接件的情况, 再考虑适当的安全因数 n , 得到材料的许用切应力 $[\tau] = \frac{\tau_u}{n}$ 。

例 2.1 如图 2.4 (a) 所示, 连接钢板的销钉直径 $d = 40\text{mm}$, 材料的许用切应力 $[\tau] = 60\text{MPa}$, $F = 120\text{kN}$ 。试校核销钉的剪切强度。

解: 销钉受力如图 2.4 (b) 所示。根据受力情况可知, 其分别在 B 、 C 两处发生相对错动, 有两个剪切面, 称为双剪切。用截面法沿销钉的剪切面切开, 由平衡条件得

$$F_s = \frac{F}{2}$$

销钉剪切面上的切应力为

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} = \frac{120 \times 10^3 \text{ N}}{2 \times \frac{\pi}{4} \times (40 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 47.8 \text{ MPa} < [\tau]$$

故该销钉满足强度要求。

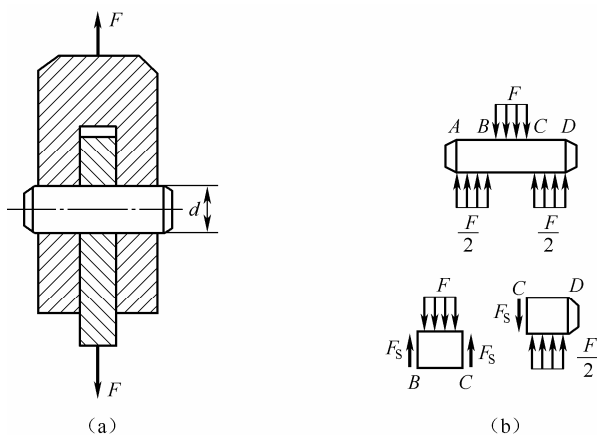


图 2.4

2.3 挤压的实用计算

连接件除了发生剪切变形外,在连接件和被连接件之间还存在着局部压紧的现象,称为挤压。

如图 2.1 (c) 所示的铆钉连接中,除铆钉发生剪切变形外,钢板与铆钉的接触面上必然相互压紧,这样在接触面附近的局部区域内发生了挤压,局部受压处的压缩力称为挤压力,挤压面上的应力称为挤压应力。挤压力可以根据被连接件所受的外力情况,利用静力平衡条件计算。当挤压力过大时,接触的局部区域将产生过量的塑性变形,如铆钉压扁或钢板在孔缘被压皱,从而导致连接产生松动而失效,如图 2.5 (a) 所示。

挤压接触面上的应力分布同样也是很复杂的,与剪切一样,挤压也是采用实用计算方法,即假设挤压应力在挤压面上均匀分布。于是,可得名义挤压应力为

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} \quad (2.3)$$

式中: F_{bs} 为挤压面上的挤压力; A_{bs} 为挤压面面积。当挤压面为平面时,挤压面面积 A_{bs} 即为实际承压的面积(如平键);当挤压面为圆柱面(如螺栓、销钉等)时,挤压面面积为实际承压面积在直径平面上的投影面积[图 2.5 (b)],所得应力大致上与实际最大应力接近。

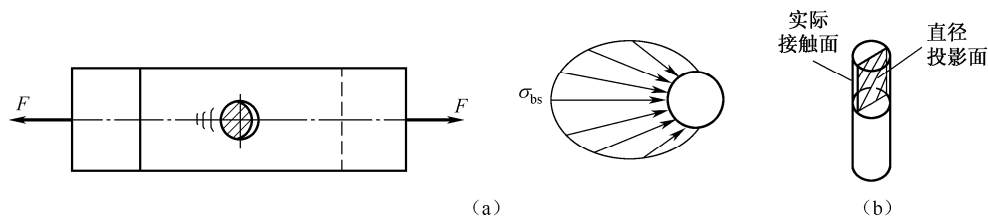


图 2.5

建立挤压实用计算强度条件

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}] \quad (2.4)$$

式中: $[\sigma_{bs}]$ 为材料的许用挤压应力,确定方法与 $[\tau]$ 相似。

值得注意的是,当连接件和被连接件的材料不同时,应校核两者中许用挤压应力较低的材料挤压强度。

例 2.2 在图 2.6 所示铆接接头中,载荷 $F=80\text{kN}$,板宽 $b=100\text{mm}$,板厚

$t = 10\text{mm}$, 铆钉直径 $d = 18\text{mm}$, 许用切应力 $[\tau] = 100\text{MPa}$, 许用挤压应力 $[\sigma_{bs}] = 200\text{MPa}$ 。试校核该接头的强度。

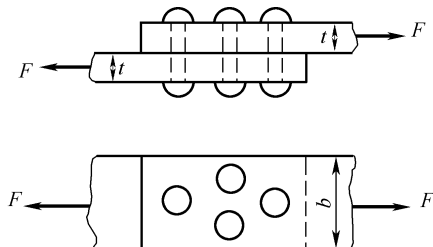


图 2.6

解: (1) 铆钉的剪切强度校核。外力的作用线通过铆钉群横截面的形心, 并且各铆钉的材料与直径均相同, 则每个铆钉的受力都相等。这样, 对于图 2.6 所示铆钉群, 各个铆钉剪切面上的剪力均为

$$F_s = \frac{F}{4} = \frac{80}{4} = 20\text{kN}$$

剪切面的切应力为

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} = \frac{4F_s}{\pi d^2} = \frac{4 \times 20 \times 10^3}{\pi \times 0.018^2} = 78.6\text{MPa} < [\tau]$$

故铆钉的剪切强度足够。

(2) 铆钉的挤压强度校核。铆钉所受的挤压力等于剪切面上的剪力, 即 $F_{bs} = F_s = 20\text{kN}$, 所以铆钉的挤压应力为

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} = \frac{F_{bs}}{td} = \frac{20 \times 10^3}{0.01 \times 0.018} = 111.1\text{MPa} < [\sigma_{bs}]$$

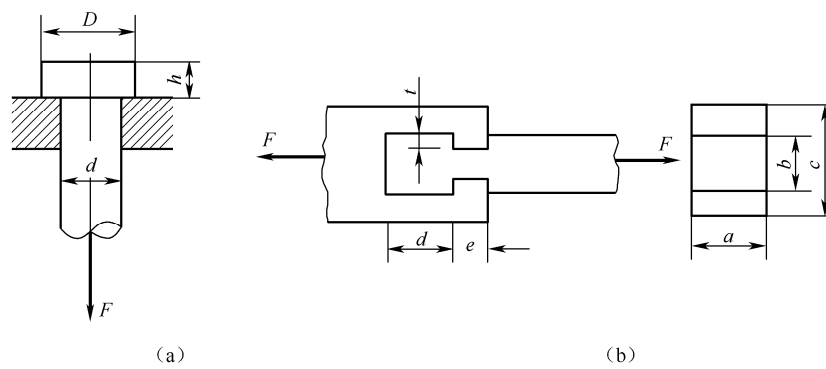
故铆钉的挤压强度也足够。

习 题 2

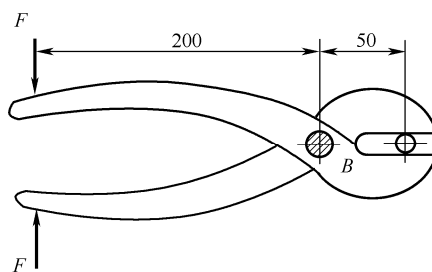
2.1 试确定题 2.1 图所示连接或接头中的剪切面积和挤压面积。

2.2 夹剪如题 2.2 图所示。销钉 B 的直径 $d = 8\text{mm}$, 当加力 $F = 200\text{N}$ 时, 剪直径为 5mm 的铜丝, 求铜丝和销钉横截面上的平均切应力。

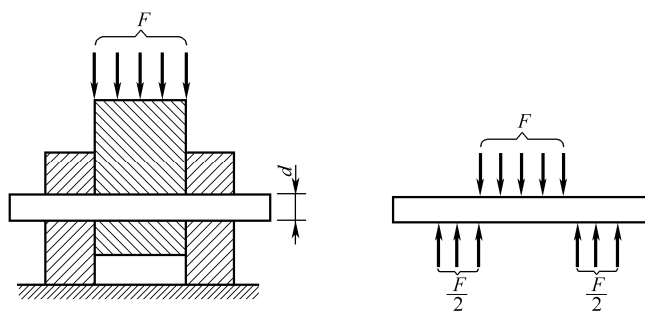
2.3 测定材料剪切强度的剪切器的示意图如题 2.3 图所示。圆试件的直径 $d = 15\text{mm}$, 当压力 $F = 31.6\text{kN}$ 时, 试件被剪断。试求材料的名义极限应力。若剪切的许用应力 $[\tau] = 80\text{MPa}$, 则安全系数为多大?



题 2.1 图

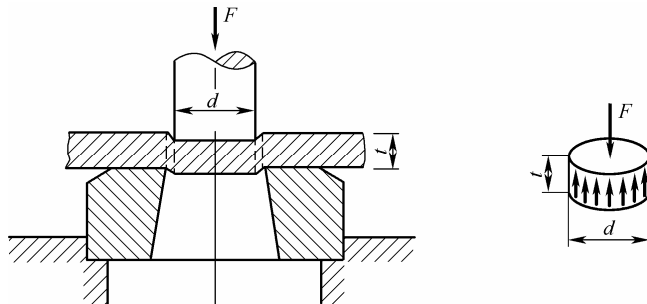


题 2.2 图



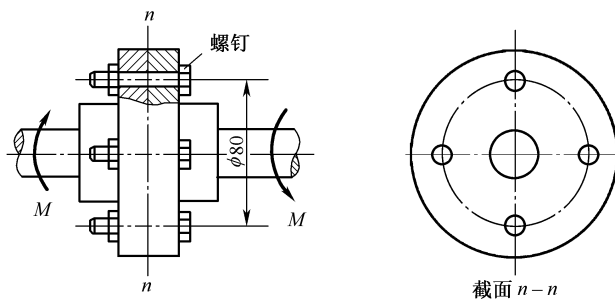
题 2.3 图

2.4 题 2.4 图所示冲床的最大冲击力为 400kN ，被冲钢板的厚度 $t=12\text{mm}$ ，其剪切极限应力 $\tau_u=300\text{MPa}$ 。求在最大冲力作用下所能冲剪的圆孔的最大直径 d 。



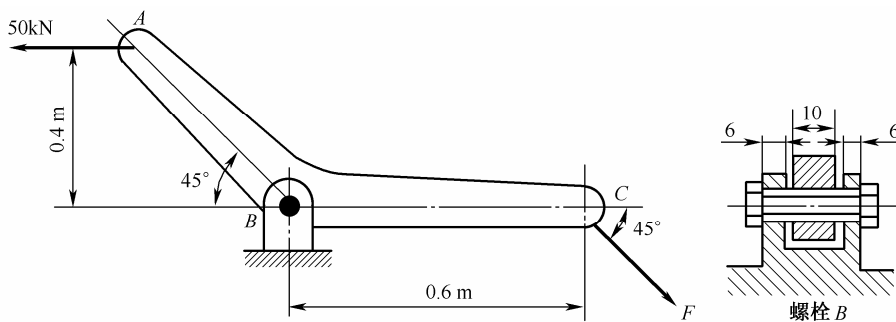
题 2.4 图

2.5 题 2.5 图所示凸缘联轴节传递的力偶为 $M=200\text{N}\cdot\text{m}$ ，凸缘之间用四只螺栓连接，螺栓内径 $d\approx 10\text{mm}$ ，对称地分布在 $D=80\text{mm}$ 的圆周上。若螺栓的许用剪切应力 $[\tau]=60\text{MPa}$ ，试校核螺栓的剪切强度。



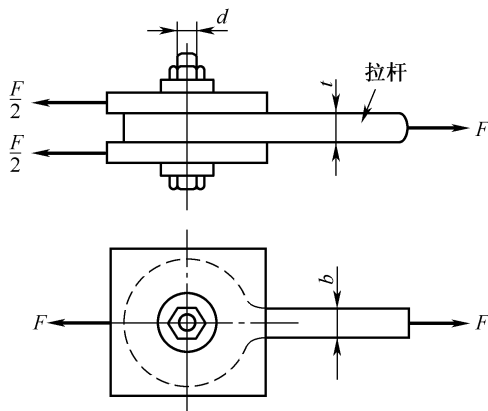
题 2.5 图

2.6 如题 2.6 图所示摇臂，所用材料的许用应力 $[\tau]=100\text{MPa}$ ， $[\sigma_{bs}]=240\text{MPa}$ 。试计算其销轴 B 的直径 d 。



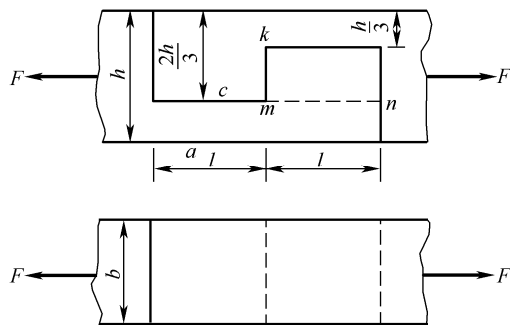
题 2.6 图

2.7 螺栓将拉杆与厚为 8mm 的两块盖板相连接, 如题 2.7 图所示。拉杆的厚度 $t = 15\text{mm}$, 拉力 $F = 120\text{kN}$, 各零件材料相同, 许用应力均为 $[\sigma] = 80\text{MPa}$, $[\tau] = 60\text{MPa}$, $[\sigma_{bs}] = 160\text{MPa}$ 。试计算螺栓直径 d 及拉杆宽度 b 。



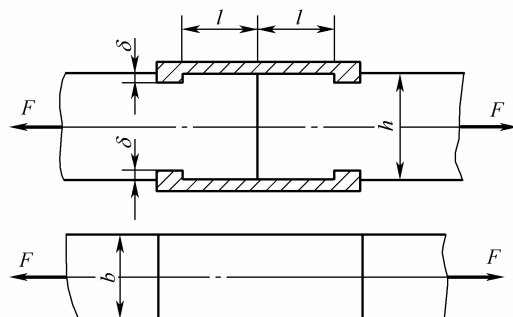
题 2.7 图

2.8 如题 2.8 图所示木质拉杆接头部分。已知接头处的尺寸 $l = h = 18\text{cm}$, $b = 12\text{cm}$, 材料的许用应力 $[\sigma] = 5\text{MPa}$, $[\sigma_{bs}] = 10\text{MPa}$, $[\tau] = 2\text{MPa}$ 。试求许可拉力 $[F]$ 。



题 2.8 图

2.9 题 2.9 图所示的两根矩形截面木杆, 截面宽度 $b = 25\text{cm}$, 沿木材顺纹方向的许用拉应力 $[\sigma] = 6\text{MPa}$, 许用切应力 $[\tau] = 1\text{MPa}$, 许用挤压应力 $[\sigma_{bs}] = 10\text{MPa}$ 。现用两块钢板连接在一起, 并受轴向载荷 $F = 45\text{kN}$ 的作用。试确定接头的尺寸 h 、 l 和 δ 。



题 2.9 图